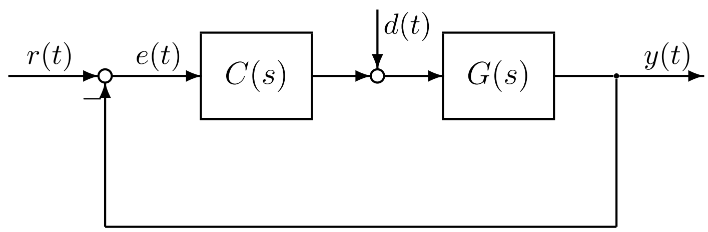
Fondamenti di controlli automatici - Corso di laurea in Ingegneria Informatica - Secondo Compitino 2015

Cognome e nome: ______________________________ Matr.: ____________

Non è ammessa la consultazione di libri o quaderni, né l'uso di calcolatrici programmabili. Scrivere in modo chiaro e ordinato, motivare ogni risposta e fornire traccia dei calcoli.

Esercizio 1. Si consideri lo schema a blocchi mostrato nella figura seguente.



Si supponga che

$$C(s) = K \qquad G(s) = \frac{(s^2 + as + 13)}{s(s+4)^2}$$

dove a e' un parametro reale.

1. Determinare a, sapendo che $s = -1$ é punto doppio del luogo dei poli in catena chiusa.
2. Si fissi a pari al valore trovato nel punto precedente. Si tracci il luogo dei poli del sistema in catena chiusa al variare di $K > 0$. Si determinino eventuali asintoti, intersezioni con l'asse immaginario e punti doppi (non e' neceessario determinae gli angoli di uscita dagli zeri).
3. Si trovino i valori di $K > 0$ per cui i modi del sistema ad anello chiuso sono tutti non oscillatori.
4. Determinare i valori di K tali che il sistema in catena chiusa contiene il modo e^{-t}. Determinare gli altri modi del sistema in corrispondenza a questo valore di K.

Esercizio 2. Si consideri lo schema della figura precedente dove

$$G(s) = \frac{s-1}{s(s^2+3s+9)}$$

1. Tracciare il diagramma di Bode di $G(s)$.
2. Tracciare il diagramma di Nyquist di $G(s)$, evidenziando intersezioni con gli assi e gli eventuali asintoti.
3. Supponendo che $C(s) = K$, tramite il criterio di Nyquist si determinino il numero di poli instabili in catena chiusa del sistema, al variare del parametro reale K (negativo e positivo);

Esercizio 3. Si consideri lo schema della figura precedente dove

$$G(s) = \frac{s+1}{s+10}$$

Si progettino due compensatori stabilizzanti $C_1(s), C_2(s)$, in modo da soddisfare alle seguenti specifiche:

- errore a regime alla rampa pari a circa $0,1$ (per entrambi);
- pulsazione di attraversamento pari a circa 10 per $C_1(s)$, a 1000 per $C_2(s)$;
- margine di fase circa 90^o (per entrambi).

Esercizio 4 (Teorico) Descrivere quali sono i vantaggi dell'utilizzo del criterio di Nyquist per lo studio e la progettazione dei sistemi di controllo in retroazione.

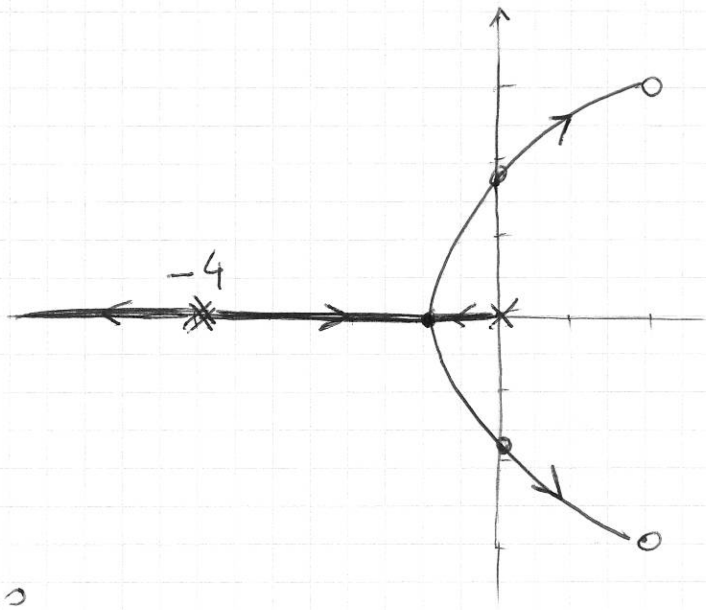
ES.1

$$s(s+4)^2 + k(s^2 + as + 13) = 0$$

1) $\begin{cases} s(s+4)^2 + k(s^2+as+13) = 0 \\ (s+4)^2 + 2s(s+4) + k(2s+a) = 0 \end{cases} \xRightarrow{s=-1} \begin{cases} -9 + k(14-a) = 0 \\ 9 - 6 + k(-2+a) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} k = \frac{1}{2} \\ a = -4 \end{matrix}$

2) poli $s=0$, $s=-4$, $s=-4$

zeri $s_{1,2} = 2 \pm j3$



Altri punti doppi

$$\begin{cases} s(s+4)^2 + k(s^2-4s+13) = 0 \\ (s+4)^2 + 2s(s+4) + k(2s-4) = 0 \end{cases}$$

$$k = -\frac{(3s+4)(s+4)}{2s-4}$$

$$s(s+4)^{\cancel{2}} - \frac{(3s+4)\cancel{(s+4)}}{2s-4}(s^2-4s+13) = 0$$

$$s(s+4)(2s-4) - (3s+4)(s^2-4s+13) = 0$$

$$s^3 - 12s^2 + 39s + 52 = 0$$ divido per $s+1$

$$\begin{array}{r|l} s^3 - 12s^2 + 39s + 52 & s+1 \\ \underline{s^3 + s^2} \qquad\qquad\quad & \overline{s^2 - 13s} \\ -13s^2 + 39s + 52 & \quad +52 \\ \underline{-13s^2 - 13s} \qquad & \\ 52s + 52 & \\ \underline{52s + 52} & \\ 0 & \end{array}$$

il risultato della divisione è $s^2 - 13s + 52$

che ha radici non reali e quindi non considerando (coerentemente) i punti doppi

Intersezione asse immaginario

$$s^3 + (8+k)s^2 + (16-4k)s + 13k = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 16-4k \\ 2 & k+8 & 13k \\ 1 & \frac{-4k^2-29k+128}{k+8} & \\ 0 & 13k & \end{array}$$

La riga (1) si annulla quando si annulla $4k^2 + 29k - 128 = 0$

$K_{12} = 3.1$ e -10.34

Per $k = 3.1$ la riga (2) diventa associata al polinomio

$11.1\, s^2 + 40.3$ che ha radici $s_{12} = \pm j\, 1.9$

3) $0 \leq K < \frac{1}{2}$

4) Il modo e^{-t} esiste se $s=-1$ è polo e questo avviene per $K=\frac{1}{2}$ (dato che $s=-1$ è il punto doppio). Quindi i poli sono -1 doppio e l'ulteriore polo è determinabile attraverso la divisione di

$s(s+4)^2+k(s^2-4s+13)$ per $k=\frac{1}{2}$ con $(s+1)^2$

$$s^3+8s^2+16s+\frac{1}{2}s^2-2s+\frac{13}{2} = s^3+\frac{17}{2}s^2+14s+\frac{13}{2}$$

$$
\begin{array}{l|l}
s^3+\frac{17}{2}s^2+14s+\frac{13}{2} & s^2+2s+1 \\ \cline{2-2}
s^3+2s^2+s & s+\frac{13}{2} \\ \cline{1-1}
\qquad \frac{13}{2}s^2+13s+\frac{13}{2} & \\
\qquad \frac{13}{2}s^2+13s+\frac{13}{2} & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

Quindi l'ulteriore polo è $s=-13/2$ a cui si associa il modo $e^{-\frac{13}{2}t}$

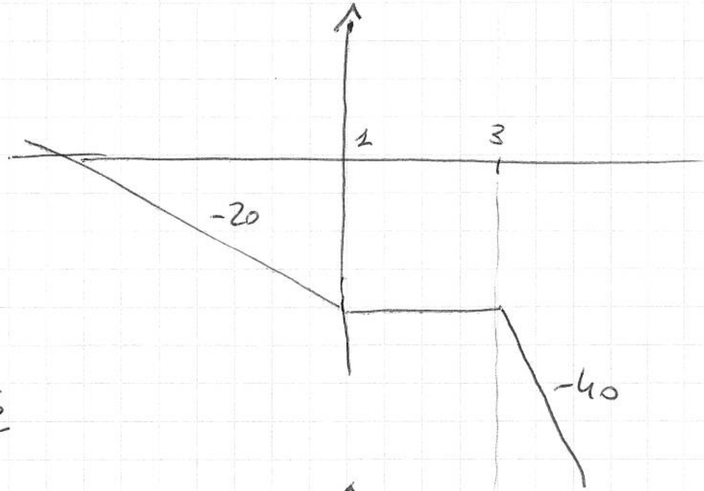
gli altri due modi sono e^{-t} e te^{-t}.

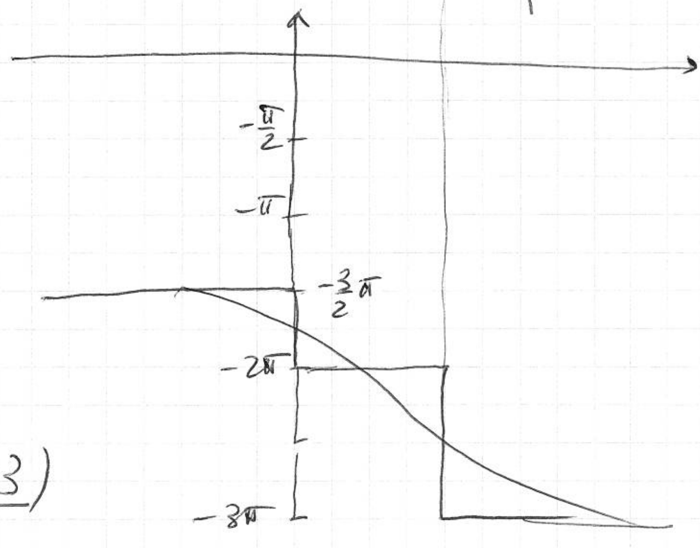
ES. 2

$$G(s) = -\frac{1}{9}\,\frac{1-s}{s\left(1+\frac{1}{3}s+\frac{s^2}{9}\right)}$$

$T = -1 \qquad \frac{1}{|T_1|} = 1$

$\omega_n = 3 \qquad \frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{1}{3} \qquad \xi = \frac{1}{2}$





$$G(j\omega) = \frac{-1+j\omega}{j\omega(9-\omega^2+3j\omega)}$$

$$= \frac{(-1+j\omega)(9-\omega^2-3j\omega)}{j\omega((9-\omega^2)^2+9\omega^2)}$$

$$= \frac{(\omega^2-9+3\omega^2)+j\omega(9-\omega^2+3)}{j\omega((9-\omega^2)^2+9\omega^2)}$$

$$Re = \frac{12-\omega^2}{(9-\omega^2)^2+9\omega^2}$$

$$Im = \frac{9-4\omega^2}{\omega((9-\omega^2)^2+9\omega^2)}$$

$\omega = 0^+ \qquad Re = \frac{12}{81} = \frac{4}{27} = 0{,}15$

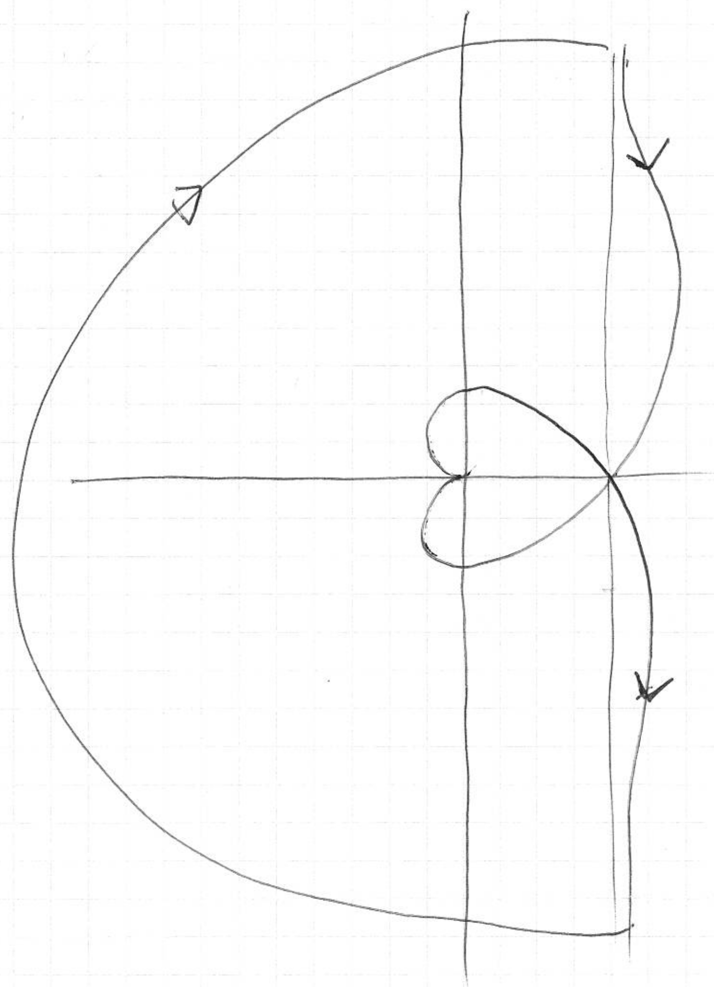
$\qquad\qquad Im = +\infty$

$\omega = \frac{3}{2} \qquad Re = \frac{4}{27} = 0{,}15$

$\qquad\qquad Im = 0$

$\omega = \sqrt{12} \qquad Re = 0$

$\qquad\qquad Im = -0.1$

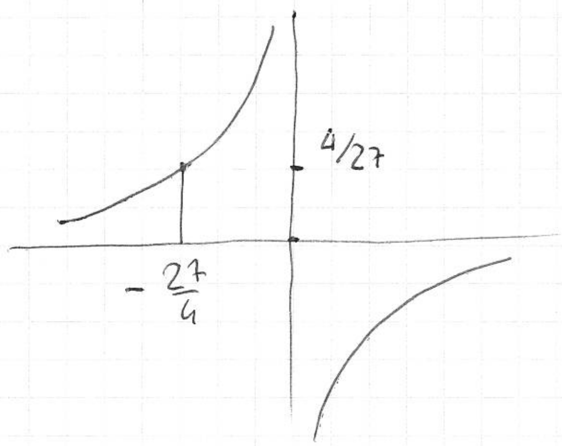


Criterio di Nyquist $\quad P=0 \quad Z=P-N$

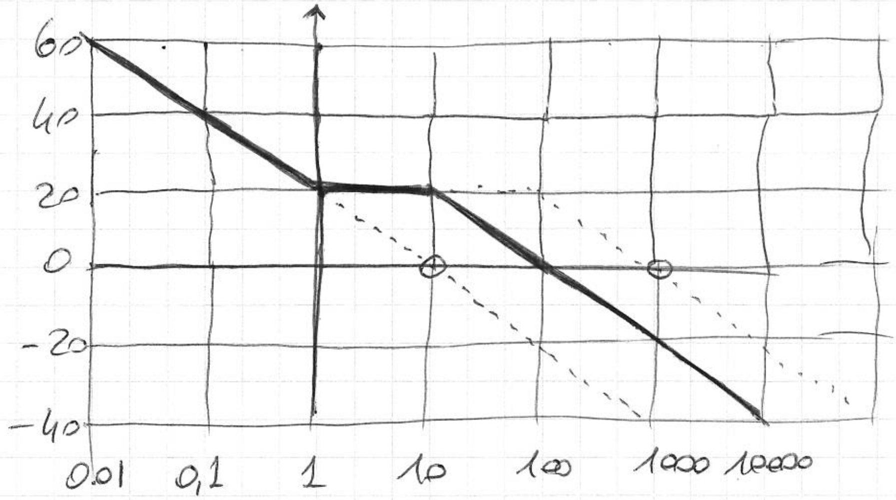
$-\frac{1}{k}<0 \quad N=-1 \quad Z=1 \quad k>0$

$0<-\frac{1}{k}<\frac{4}{27} \quad N=-2 \quad Z=2 \quad k<-\frac{27}{4}$

$-\frac{1}{k}>\frac{4}{27} \quad N=0 \quad Z=0 \quad -\frac{27}{4}<k<0$



ES.3



$$G(s) = \frac{1}{10} \frac{1+s}{1+s/10} \qquad K_G = \frac{1}{10}$$

$$h_C = 1 - h_G = 1$$

$$K_C = \frac{1/\varepsilon}{K_G} = \frac{10}{1/10} = 100$$

$$C(s) = \frac{100}{s} \bar{C}(s)$$

$$\hat{W}(s) = \frac{100}{s} \bar{G}(s) = \frac{10}{s} \frac{1+s}{1+s/10}$$

Per risolvere le due condizioni $m_\varphi = 90°$ e $\omega_A = 1$ o 100 bisogno oltrepassare $\omega_A = 1$ o 100 con pendenza $-20\,db/decade$

$$\bar{C}_1(s) = \frac{1+s/10}{1+s} \qquad \omega_A = 10$$

$$\bar{C}_2(s) = \frac{1+s/10}{1+s/100} \qquad \omega_A = 1000$$