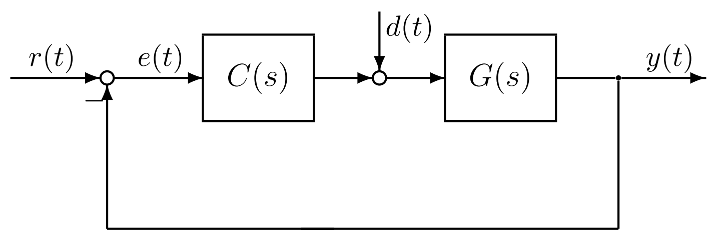
II Compitino di FONDAMENTI DI CONTROLLI AUTOMATICI del 6/06/2014

Cognome e nome: ______________________________ Matr.: ____________

Non è ammessa la consultazione di libri o quaderni. Scrivere in modo chiaro e ordinato, motivare ogni risposta e fornire traccia dei calcoli.

Esercizio 1. (punti 12) Si consideri lo schema a blocchi



in cui

$$C(s) = K \qquad G(s) = \frac{s^2 + 2s + c}{s^2(s-4)}$$

1. Si determini il valore di c, sapendo che 2 é punto doppio del luogo dei poli in catena chiusa.
2. Si disegni il luogo dei poli in catena chiusa per $K > 0$ (si determinino asintoti, punti doppi, eventuali intersezioni dell'asse immaginario e angoli di uscita).
3. Determinare per quale valore di K il sistema in catena chiusa ha risposta impulsiva contenente il modo e^{2t}. In corrispondenza a questo valore di K determinare i rimanenti modi del sistema in catena chiusa.
4. Determinare per quali valori di $K > 0$ il sistema in catena chiusa ha risposta impulsiva contenente solo modi non oscillatori. Determinare per quali valori di $K > 0$ il sistema in catena chiusa e' BIBO stabile.

Esercizio 2. (punti 9) Si consideri lo schema della figura precedente dove

$$G(s) = 5\frac{s^2 + 4}{s(s-2)} \qquad C(s) = K$$

1. Tracciare il diagramma di Bode di $G(s)$.
2. Tracciare il diagramma di Nyquist di $G(s)$ determinando eventuali asintoti e intersezioni con l'asse reale e con l'asse immaginario.
3. Tramite il criterio di Nyquist si determinino il numero di poli instabili in catena chiusa del sistema, al variare del parametro reale K (negativo e positivo);

Esercizio 3. (punti 6) Si consideri lo schema della figura precedente dove

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Attraverso la sintesi di Bode si determini il compensatore $C(s)$ (amplificazione pura, rete anticipatrice, rete ritardatrice o rete a sella) in grado di soddisfare alle seguenti specifiche:

1. errore a regime in risposta alla rampa $0,1$;
2. margine di fase di circa 90^0;
3. pulsazione di attraversamento $\omega_A = 1$.

Esercizio 4. (punti 3) Sempre in riferimento alla figura precedente si indichi quali parametri della risposta a gradino del sistema in catena chiusa sono influenzati dalla pulsazione di attraversamento ω_A e dal margine di fase m_ϕ della funzione di trasferimento in catena aperta $W(s) = C(s)G(s)$. Si descriva inoltre le caratteristiche di tale legame.

Es.1

1) $\begin{cases} s^2(s-4)+k(s^2+2s+c)=0 \\ 2s(s-4)+s^2+k(2s+2)=0 \end{cases} \xrightarrow{s=2} \begin{cases} -8+k(8+c)=0 & \Rightarrow c=4 \\ -4+k6=0 & \Rightarrow k=2/3 \end{cases}$

2) Altri punti doppi

$$\begin{cases} s^2(s-4)+k(s^2+2s+4)=0 \\ (3s-8)s+k(2s+2)=0 \end{cases} \qquad k=-\frac{s(3s-8)}{2s+2}$$

$$s^{\cancel{2}}(s-4)-\frac{\cancel{s}(3s-8)}{2s+2}(s^2+2s+4)=0$$

$$(s^2-4s)(2s+2)-(3s-8)(s^2+2s+4)=0$$

$$2s^3+2s^2-8s^2-8s-3s^3-6s^2-12s+8s^2+16s+32=0$$

$-s^3-4s^2-4s+32=0$ Divido per $s-2$

$s^3+4s^2+4s-32=0$

$$\begin{array}{l|l} s^3+4s^2+4s-32 & s-2 \\ \hline s^3-2s^2 & s^2+6s+16 \\ \hline 6s^2+4s-32 & \\ 6s^2-12s & \\ \hline 16s-32 & \end{array}$$

I rimanenti punti doppi sono le radici di $s^2+6s+16$

Che però sono complesse e quindi non consideriamo i punti doppi

Asintoti: c'è un solo asintoto

Intersezione asse immaginario

$s^3+(k-4)s^2+2ks+4k=0$

Tabella di Routh

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 2k \\ 2 & k-4 & 4k \\ 1 & \frac{2k(k-6)}{k-4} & \\ 0 & 4k & \end{array}$$

la riga 1 si annulla per $k=6$

la riga 2 dà il polinomio

$(k-4)s^2+4k=2s^2+24$ che ha

radici $s_{1,2}=\pm j\sqrt{12}$

Angoli di uscita

Le radici di s^2+2s+4 sono $z_{1,2} = -1 \pm j\sqrt{3}$

Gli angoli di entrata/uscita sono

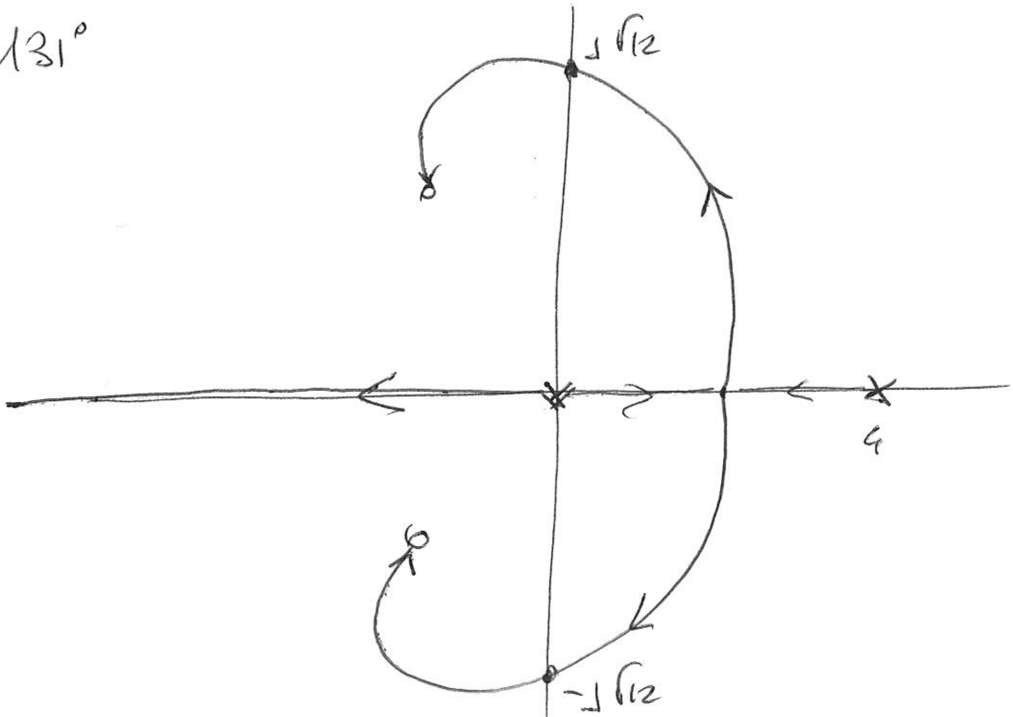
$$\angle s - z_1 + \angle z_1 - z_2 - \angle z_1 - \bar{z}_1 - \angle z_1 - \bar{z}_2 - \angle z_1 - \bar{z}_3 = \pi$$

dove $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = 0$ e $\bar{z}_3 = 4$

$\angle s - z_1 \simeq \beta$ angolo di uscita dallo zero

Facendo i conti si trova

$\beta \simeq 131°$



3) Il modo e^{2t} appare se $s=2$ appartiene al luogo. Sappiamo che $s=2$ è punto doppio con $k = \frac{2}{3}$. Per tale valore di k il polinomio

$$s^2(s-4)+k(s^2+2s+4) = s^2(s-4)+\frac{2}{3}(s^2+2s+4)$$

è divisibile per $(s+2)^2 = s^2+4s+4$. Facendo la divisione troviamo che il quoziente è $s+2/3$ e quindi l'ultimo modo è $e^{-2/3t}$ assieme con e^{2t}, te^{2t}

4) Ho modi non oscillatori per $k < 2/3$ (relativo al punto doppio)

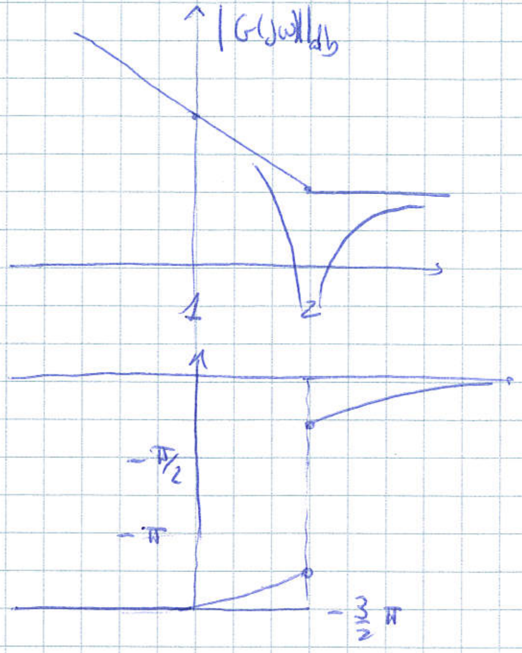
Ho stabilità per $k > 6$ (vedi Tabella di Routh)

ES. 2

1) $G(s) = 5\,\dfrac{s^2+4}{s(s-2)} = -10\,\dfrac{1+s^2/4}{s(1-s/2)}$ Forma di Bode

Punti di spezzamento $\omega_n = 2$

$T = -\dfrac{1}{2}$ $\quad \dfrac{1}{|T|} = 2$



2) $G(j\omega) = 5\,\dfrac{4-\omega^2}{j\omega(-2+j\omega)}$

$= 5\,\dfrac{(4-\omega^2)(-2-j\omega)}{j\omega(4+\omega^2)}$

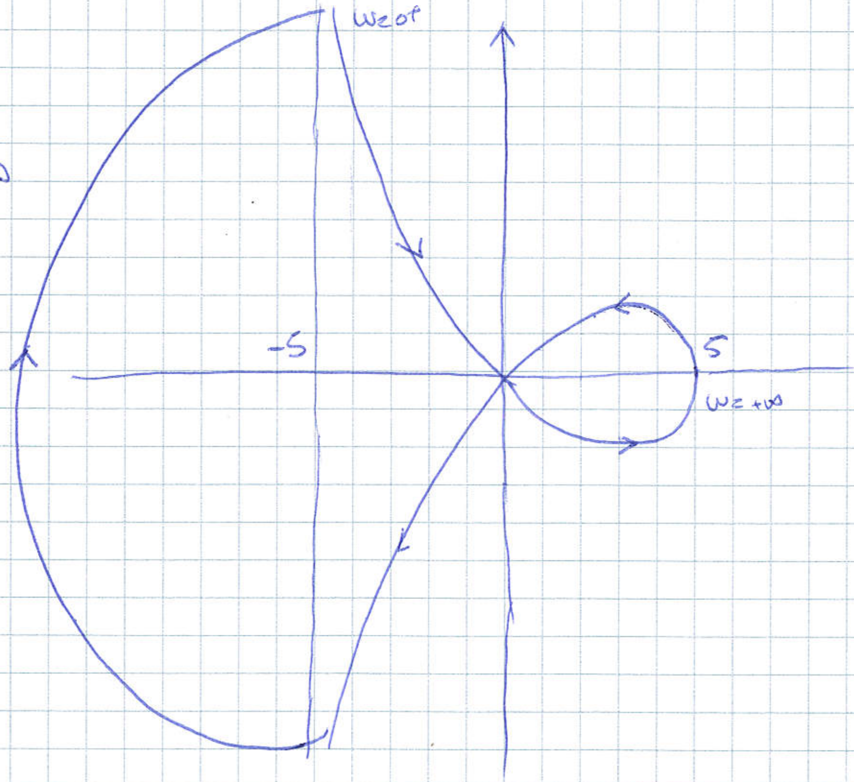
$Re = -5\,\dfrac{4-\omega^2}{4+\omega^2} = 5\,\dfrac{\omega^2-4}{\omega^2+4}$ crescente in ω per $\omega>0$

$Im = 10\,\dfrac{4-\omega^2}{\omega(4+\omega^2)}$

$\omega = 0^+$ $\quad Re = -5$ $\quad Im = +\infty$

$\omega = 2$ $\quad Re = 0$ $\quad Im = 0$

$\omega = +\infty$ $\quad Re = 5$ $\quad Im = 0$



3) $P = 1$ $\quad Z = P - N$

$-\dfrac{1}{K} < 0 \;(K>0)$ $\quad N = -1$

$Z = 2$

2 instabilità

$0 < -\dfrac{1}{K} < 5 \;\left(K < -\dfrac{1}{5}\right)$ $\quad N = 1$

$Z = 0$ stabile

$-\dfrac{1}{K} > 5 \;\left(-\dfrac{1}{5} < K < 0\right)$ $\quad N = 0$

$Z = 1$ $\quad$ 1 instabilità

ES. 3

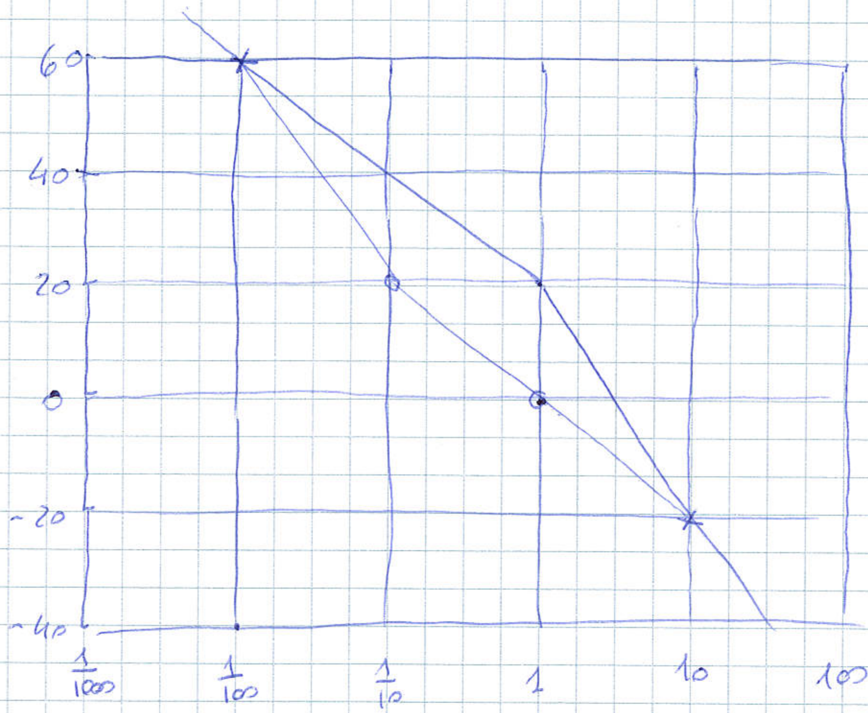
Errore a regime: ho bisogno di 1 polo nell'origine e guadagno di Bode complessivo $K_W = \frac{1}{0,1} = 10$

Quindi $C(s) = \frac{K_c}{s^{h_c}} \bar{C}(s)$ è tale che $h_c = 0$ $K_c = 10$

$\hat{W}(s) = \frac{K_c}{s^{h_c}} G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$

Serve una rete a sella

$\bar{C}(s) = \frac{1+10s}{1+100s} \frac{1+s}{1+s/10}$



ES. 4

Vedi appunti del corso