

Controllo Multi-Agente per Stima Distribuita

Adriano Salata

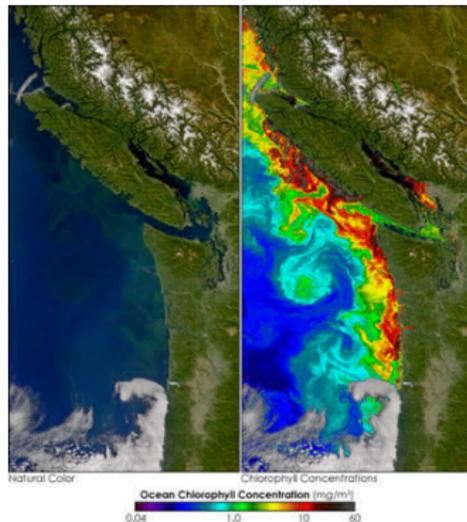
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Automazione

29 02 2012

Anno accademico 2011/2012

Problema: rilevazione cianotossine in un ambiente acquatico

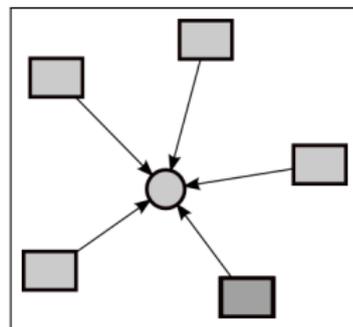
- livelli di concentrazione delle clorofilla
- monitoraggio dello sviluppo delle alghe



Soluzione Centralizzata

Singolo apparato governa l'intero sistema

- comanda i sensori presenti nell'ambiente
- elabora tutti i dati ottenuti



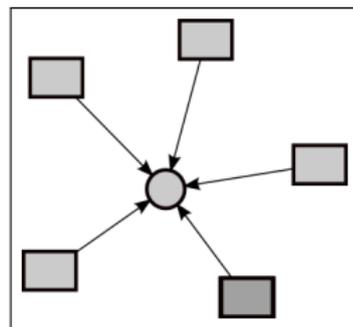
Soluzione Centralizzata

Singolo apparato governa l'intero sistema

- comanda i sensori presenti nell'ambiente
- elabora tutti i dati ottenuti

Svantaggi

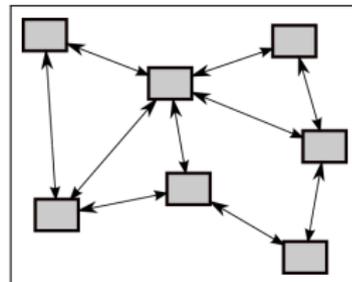
- sensori ed attuatori costosi
- la rottura del dispositivo centrale blocca il sistema



Soluzione Distribuita

Sistema basato sulla collaborazione di apparati attivi

- distribuzione autonoma nell'ambiente
- elaborazione locale delle misure e condivisione
- algoritmi di consensus



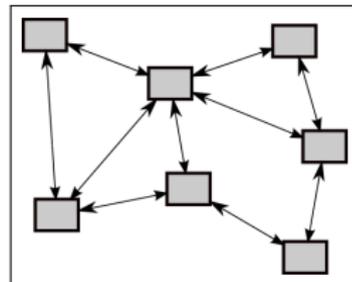
Soluzione Distribuita

Sistema basato sulla collaborazione di apparati attivi

- distribuzione autonoma nell'ambiente
- elaborazione locale delle misure e condivisione
- algoritmi di consensus

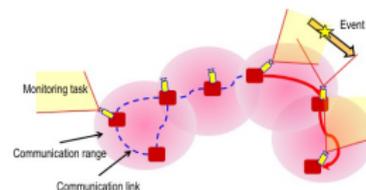
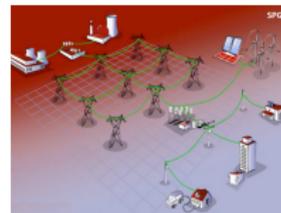
Vantaggi

- sensori ed attuatori con capacità ridotte e meno costosi
- gestione autonoma di malfunzionamenti



Principali Sistemi Distribuiti

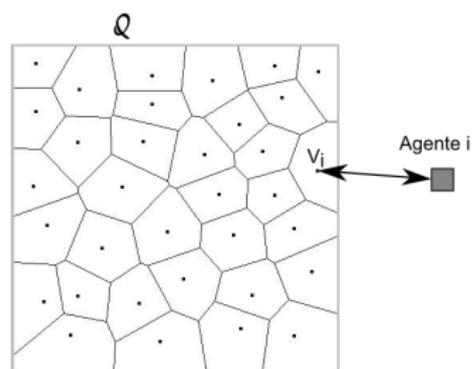
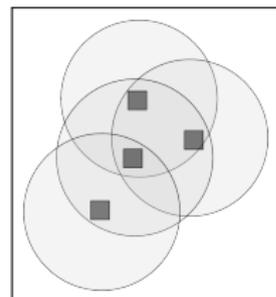
- Wireless Sensor Network (WSN)
- Smart Power Grid (SPG)
- Smart Camera Network (SCN)
- Robot Sensor Network (RSN)
 - ◇ map-building
 - ◇ navigazione autonoma
 - ◇ patrolling



Robot Sensor Network

Insieme di N agenti omogenei con

- limitate capacità di elaborazione
- poca memoria
- corto raggio di comunicazione



Esplorazione in ambiente sconosciuto

- partizionamento: $Q = \bigcup_{i=1}^N V_i$
- assegnazione biunivoca delle regioni agli agenti

Partizionamento Ottimo

Formulazione del problema

- $f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, dipendente dalla distanza tra due punti
- $\phi : Q \rightarrow \mathbb{R}_+$, funzione peso

partizionamento ottimo: minimizza la funzione costo

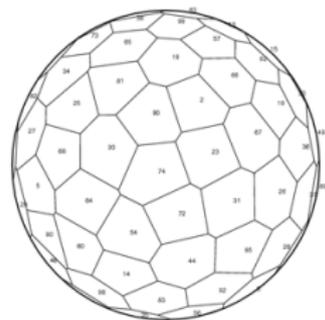
$$H_{multicenter}(V, p) := \sum_{i=1}^N \int_{V_i} f(\|p_i - q\|) \phi(q) dq$$

Partizionamento di Voronoi

Q convesso \Rightarrow partizionamento ottimo se

$$V_i(p) := \{q \in Q \mid \|q - p_i\| \leq \|q - p_j\|, \forall j \neq i\}$$

$$p = \{p_1, \dots, p_N\}$$



Partizionamento di Voronoi Discretizzato

Un insieme convesso descrive male gli ambienti reali

Partizionamento ottimo discretizzato

- divisione della mappa in celle
- partizioni V_i discretizzate
- distanza tra due celle $d_V(h, k)$



Partizionamento di Voronoi Discretizzato

Un insieme convesso descrive male gli ambienti reali

Partizionamento ottimo discretizzato

- divisione della mappa in celle
- partizioni V_i discretizzate
- distanza tra due celle $d_V(h, k)$



Funzione costo

$$H_{multicenter}(V, c) = \sum_{i=1}^N H_{one}(V_i, c_i)$$

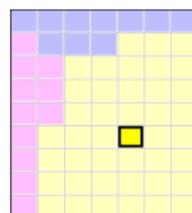
$$H_{one}(V_i, h) := \sum_{k \in V_i} d_{V_i}(h, k) \phi(k)$$

distanza da
 $c = \{c_1, \dots, c_N\}$ ai
punti di Q

Partizionamento di Voronoi Discretizzato

Centroide di V_i

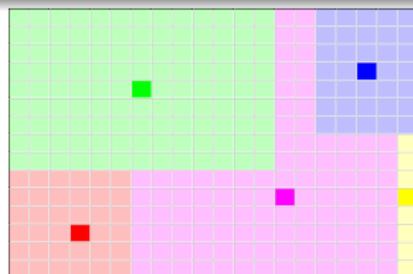
$$C(V_i) := \arg \min_{h \in V_i} H_{\text{one}}(V_i, h)$$



Theorem

$H_{\text{multicenter}}(V, c)$ é minimo se

- V é una partizione di Voronoi discretizzata
- $c = \{c_1, \dots, c_N\}$ con $c_i = C(V_i)$



proof

per ogni V', c'

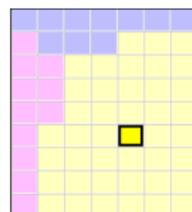
$$H_m(V, c') \leq H_m(V', c')$$

$$H_m(V', c) \leq H_m(V', c')$$

Partizionamento di Voronoi Discretizzato

Centroide di V_i

$$C(V_i) := \arg \min_{h \in V_i} H_{\text{one}}(V_i, h)$$



Theorem

$H_{\text{multicenter}}(V, c)$ é minimo se

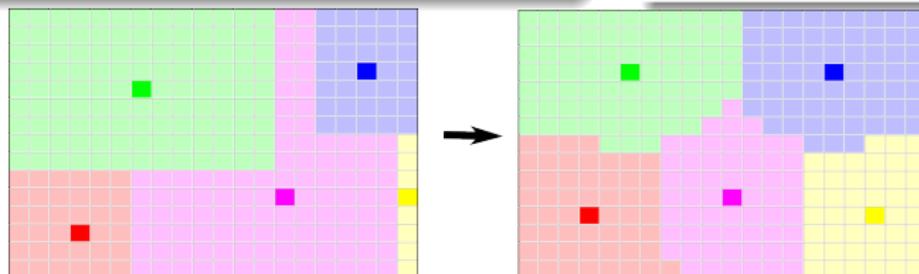
- V é una partizione di Voronoi discretizzata
- $c = \{c_1, \dots, c_N\}$ con $c_i = C(V_i)$

proof

per ogni V', c'

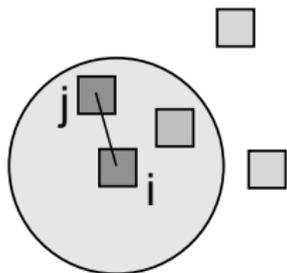
$$H_m(V, c') \leq H_m(V', c')$$

$$H_m(V', c) \leq H_m(V', c')$$

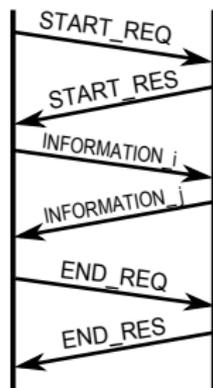


Algoritmo Gossip per il Partizionamento

Algoritmo Gossip



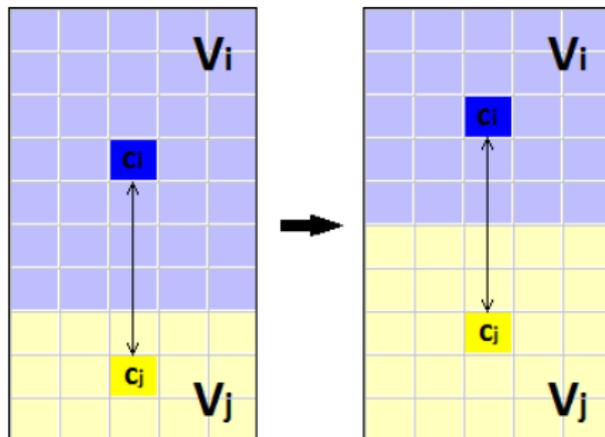
Agente i Agente j



Partizionamento Ottimo a Coppie

Agenti adiacenti i, j

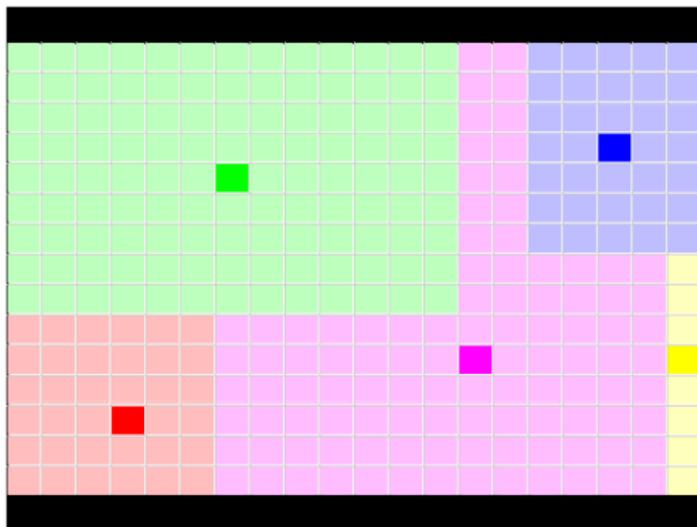
- $W(t) = V_i(t-1) \cup V_j(t-1)$
- $H_{one}(c_i, V_i(t)) + H_{one}(c_j, V_j(t)) < H_{one}(c_i, V_i(t-1)) + H_{one}(c_j, V_j(t-1))$



Partizionamento Ottimo a Coppie

Theorem

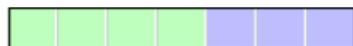
Sia V una partizione ottima a coppie di Q , allora V é anche una partizione di Voronoi.



Convergenza e Incertezza

Incertezza Partizionamento

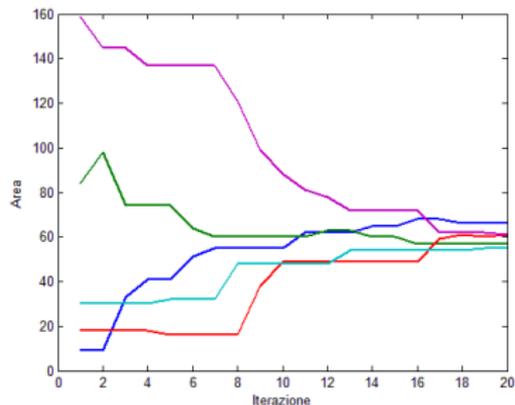
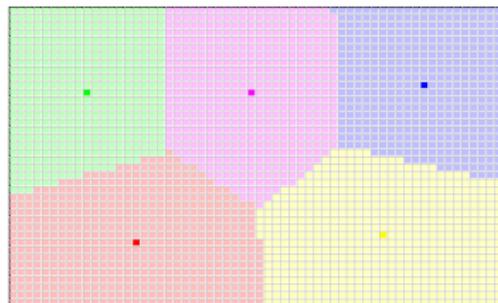
- assegnazione erronea delle celle confinanti



- aumento il numero di celle per diminuire l'incertezza

Convergenza delle aree

average conseus: convergenza alla media delle condizioni iniziali



Stima del Campo di Interesse

Modello del sistema

Gli agenti prendono delle misure nella propria regione

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_1, \theta) \\ \vdots \\ f(x_N, \theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\theta) + \mathbf{w}$$

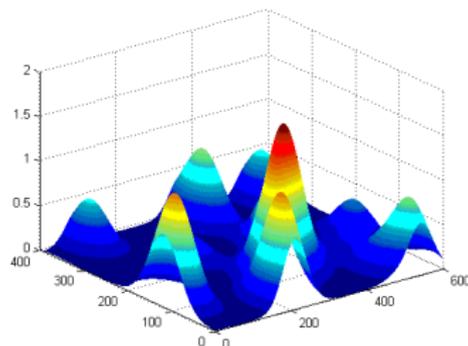
Approssimazione di f come combinazione lineare di RBF

$$f(x_i, \theta) = \sum_{k=1}^p \phi_k(x_i) \theta_k$$

Modello lineare

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \phi_1(x_1) & \cdots & \phi_p(x_1) \\ \phi_1(x_2) & \cdots & \phi_p(x_2) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(x_{N_Q}) & \cdots & \phi_p(x_{N_Q}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\theta + \mathbf{w}$$



Stima ai Minimi Quadrati Distribuita

Vettore di informazione

$$[\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h \quad \mathbf{C}_h^T \mathbf{y}] \quad h = 1, \dots, N$$

Stima ai Minimi Quadrati Distribuita

Vettore di informazione

$$[\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h \quad \mathbf{C}_h^T \mathbf{y}] \quad h = 1, \dots, N$$



Agenti h e k adiacenti

Media dei vettori di informazione

$$\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h(t) = \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k(t) = \frac{\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h(t-1) + \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k(t-1)}{2}$$

$$\mathbf{C}_h^T \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_k^T \mathbf{y}(t) = \frac{\mathbf{C}_h^T \mathbf{y}(t-1) + \mathbf{C}_k^T \mathbf{y}(t-1)}{2}$$

Stima ai Minimi Quadrati Distribuita

Vettore di informazione

$$[\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h \quad \mathbf{C}_h^T \mathbf{y}] \quad h = 1, \dots, N$$



Agenti h e k adiacenti

Media dei vettori di informazione

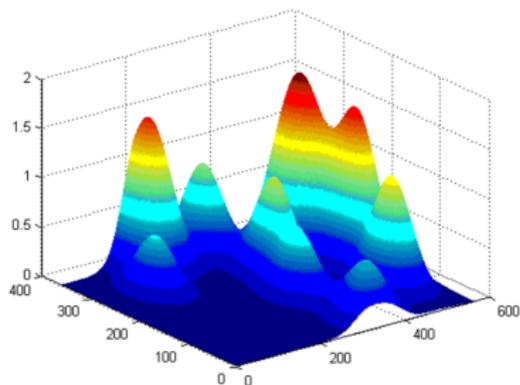
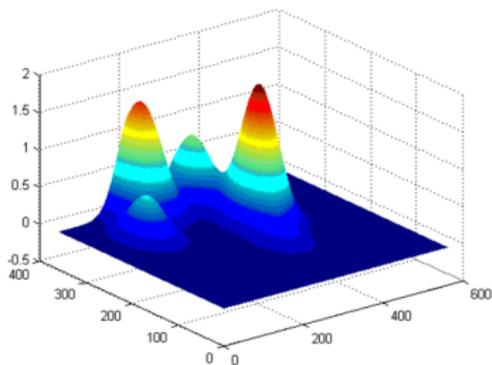
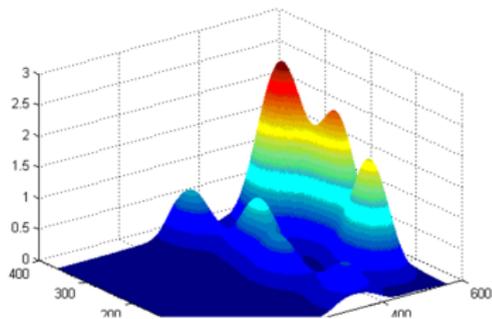
$$\begin{aligned} \mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h(t) &= \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k(t) = \frac{\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h(t-1) + \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k(t-1)}{2} \\ \mathbf{C}_h^T \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}_k^T \mathbf{y}(t) = \frac{\mathbf{C}_h^T \mathbf{y}(t-1) + \mathbf{C}_k^T \mathbf{y}(t-1)}{2} \end{aligned}$$



Stima MQ

$$\hat{\theta}(\mathbf{y}) = [\mathbf{C}^T \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{y} \Rightarrow \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \hat{\theta}$$

Stima ai Minimi Quadrati Distribuita



Regolarizzazione di Tikhonov

Problemi di singolarità di $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$

- attendo di acquisire altre misure
- Ridge Regression

Si somma un termine positivo alla diagonale

$$\hat{\theta}(\mathbf{y}) = [\mathbf{C}^T \mathbf{C} + \gamma \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{y}$$

vantaggi

- ◇ elimino le singolarità
- ◇ riduco l'errore di predizione

Regolarizzazione di Tikhonov

Problemi di singolarità di $\mathbf{C}^T\mathbf{C}$

- attendo di acquisire altre misure
- Ridge Regression

Si somma un termine positivo alla diagonale

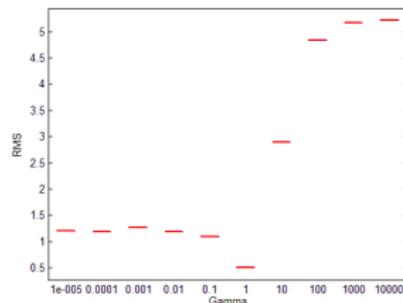
$$\hat{\theta}(\mathbf{y}) = [\mathbf{C}^T\mathbf{C} + \gamma\mathbf{I}]^{-1}\mathbf{C}^T\mathbf{y}$$

vantaggi

- ◇ elimino le singolarità
- ◇ riduco l'errore di predizione

Ridge Regression Centralizzata

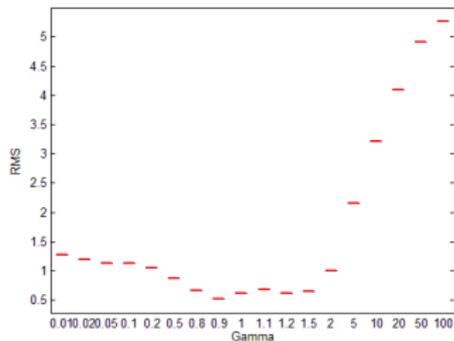
- calcolo della stima $\hat{\mathbf{y}}$ per γ diversi
- per ogni γ calcolo dell'RMS



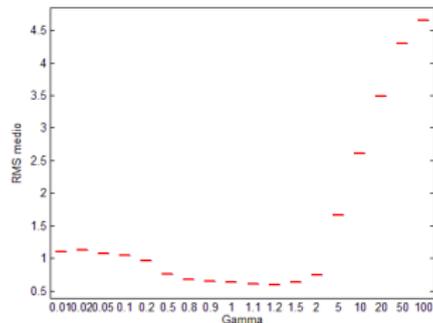
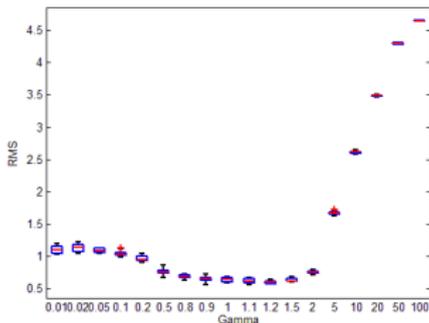
Ridge Regression Centralizzata

γ ottimo

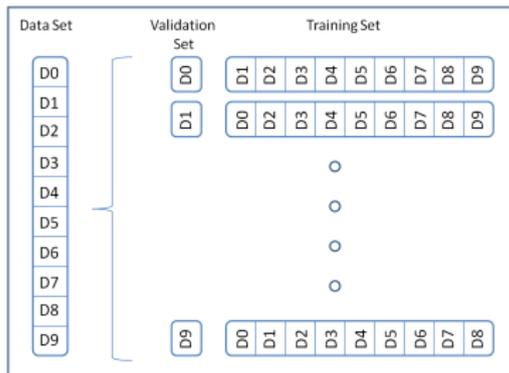
$$\gamma_{ott} = \arg \min_{\gamma \in \Gamma} \sqrt{\frac{1}{N_Q} \sum_{i=1}^{N_Q} (\hat{y}_i - y_i)^2}$$



Considerando un numero elevato di simulazioni



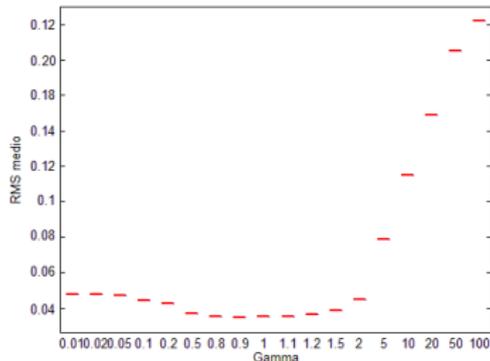
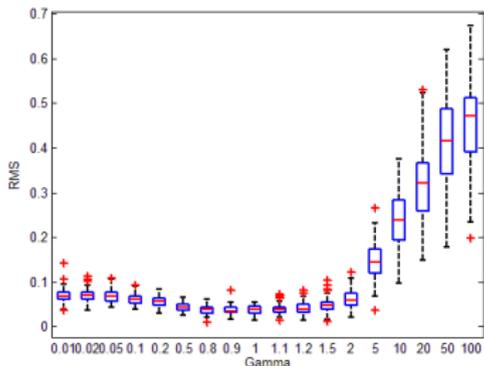
Cross Validation, Capacità di Predizione del Modello



Per ogni combinazione di set

$$TS \rightarrow \hat{\theta}(y) = [C^T C + \gamma I]^{-1} C^T y$$

$$VS \rightarrow RMS(\gamma) = \sqrt{\frac{1}{N_v} \sum_{j=1}^{N_v} (\hat{y}_i - y_j)^2}$$



Cross Validation Distribuita

Algoritmo gossip simmetrico diviso in 4 fasi

1 - Suddivisione Locale del Data Set

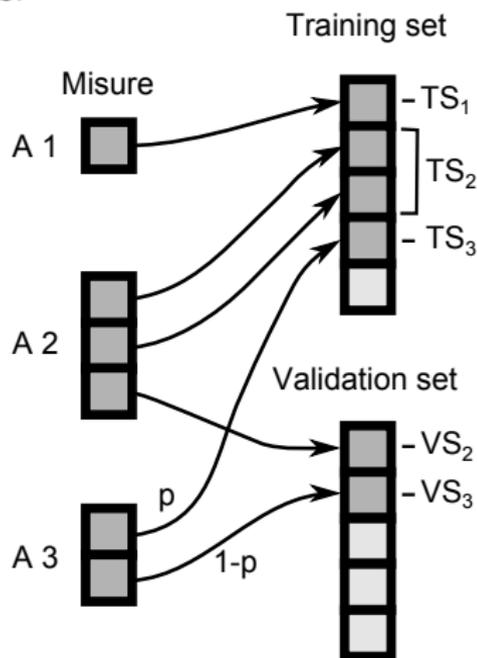
- soluzione deterministica
- soluzione probabilistica
 - ◇ probabilità $p \rightarrow$ training set
 - ◇ probabilità $1 - p \rightarrow$ validation set

Cross Validation Distribuita

Algoritmo gossip simmetrico diviso in 4 fasi

1 - Suddivisione Locale del Data Set

- soluzione deterministica
- soluzione probabilistica
 - ◇ probabilità $p \rightarrow$ training set
 - ◇ probabilità $1 - p \rightarrow$ validation set



Cross Validation Distribuita

Algoritmo gossip simmetrico diviso in 4 fasi

1 - Suddivisione Locale del Data Set

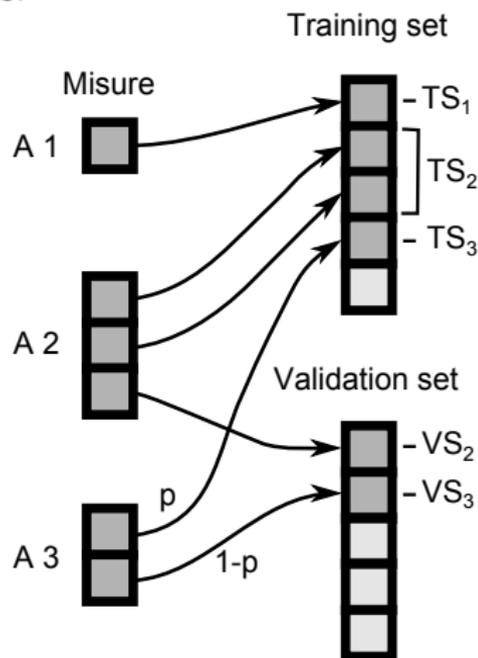
- soluzione deterministica
- soluzione probabilistica
 - ◇ probabilità $p \rightarrow$ training set
 - ◇ probabilità $1 - p \rightarrow$ validation set



Vettore di Informazione Locale

per $\mathbf{y} \in TS_h$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h & \mathbf{C}_h^T \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad h = 1, \dots, N$$



2 - Stima Distribuita nel Training Set

Agenti adiacenti h e k

$$\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h(t) = \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k(t) = \frac{\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h(t-1) + \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k(t-1)}{2}$$

$$\mathbf{C}_h^T \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_k^T \mathbf{y}(t) = \frac{\mathbf{C}_h^T \mathbf{y}(t-1) + \mathbf{C}_k^T \mathbf{y}(t-1)}{2}$$

$$\hat{\theta}(\mathbf{y}) = [\mathbf{C}^T \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{y} \Rightarrow \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \hat{\theta}$$

Cross Validation Distribuita

2 - Stima Distribuita nel Training Set

Agenti adiacenti h e k

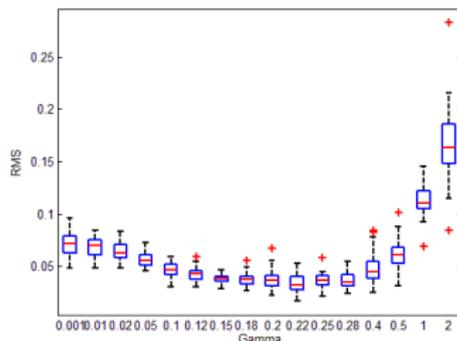
$$\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h(t) = \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k(t) = \frac{\mathbf{C}_h^T \mathbf{C}_h(t-1) + \mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k(t-1)}{2}$$

$$\mathbf{C}_h^T \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_k^T \mathbf{y}(t) = \frac{\mathbf{C}_h^T \mathbf{y}(t-1) + \mathbf{C}_k^T \mathbf{y}(t-1)}{2}$$

$$\hat{\theta}(\mathbf{y}) = [\mathbf{C}^T \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{y} \Rightarrow \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \hat{\theta}$$

3 - RMS Locale nel Validation Set

$$RMS_h(\gamma) = \sqrt{\frac{1}{N_h} \sum_{y_i \in VS_h} (\hat{y}_j - y_j)^2}$$

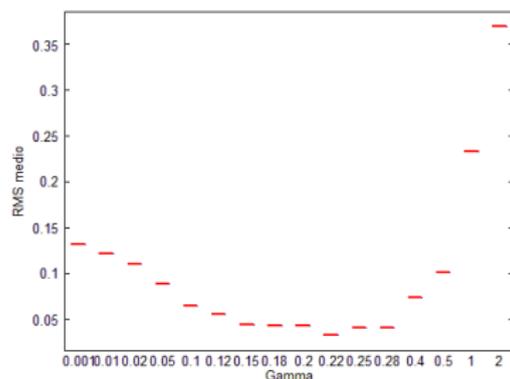


Cross Validation Distribuita

4 - Stima Distribuita dell'RMS Globale

Agenti adiacenti h e k

$$RMS_h(i) = RMS_k(i) = \frac{RMS_h(i-1) + RMS_k(i-1)}{2}$$



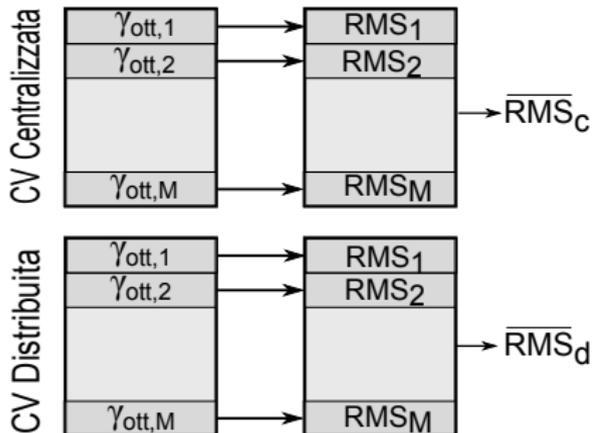
γ ottimo

$$\gamma_{ott} = \arg \min_{\gamma \in \Gamma} RMS(\gamma)$$

Confronto Algoritmi Centralizzato e Distribuito

N mappe crescenti con numero di misure costante

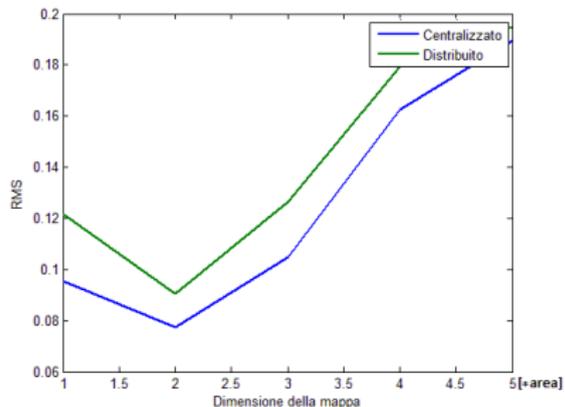
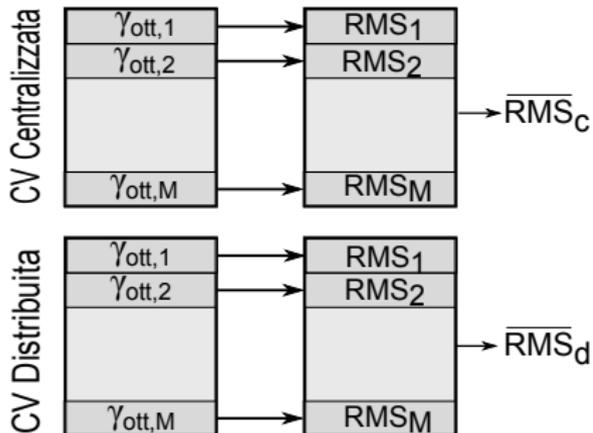
Mappa i



Confronto Algoritmi Centralizzato e Distribuito

N mappe crescenti con numero di misure costante

Mappa i



Conclusioni

Partitioning

Algoritmo distribuito con prestazioni equivalenti a quello centralizzato

Stima Distribuita

RMS della stima leggermente maggiore

Ridge Regression con CV Distribuita

- Risolvo i problemi delle singolarità
- RMS leggermente maggiore

- adattamento autonomo del range dei γ
- scelta della complessità del modello
- inseguimento del gradiente

Ringraziamenti

- Damiano Varagnolo
- Luca Schenato
- Ruggero Carli

Bibliography



G. Picci (2011)

Metodi statistici per l'identificazione di sistemi lineari
Dispense del corso di Identificazione dei modelli dinamici



J. W. Durham, R. Carli, P. Frasca, F. Bullo (2010)

Discrete Partitioning and Coverage Control for Gossiping Robots
CoRR



S. Oh, J. Choi (2010)

Distributed Learning in Mobile Sensor Networks Using Cross Validation
IEEE Conference on Decision and Control December



F. Garin, L. Schenato (2010)

A survey on distributed estimation and control applications using linear consensus algorithms
Networked Control Systems



M. Schwager, D. Rus, J.J. Slotine (2009)

Decentralized, Adaptive Coverage Control for Networked Robots
The International Journal of Robotics Research