DEPARTMENT OF INFORMATION ENGINEERING
UNIVERSITY OF PADOVA

Real Time Pricing in Electricity Markets

Silvia Minucelli Riccardo Sterbizzi
Caterina Thomaseth

Introduzione

Problematiche legate ai mercati energetici:

- Assicurare la fornitura di energia elettrica a fronte di una domanda in costante crescita
- Permettere il massimo sfruttamento delle risorse rinnovabili

Introduzione

Possibile leva sui consumatori:
Dynamic Pricing

Strategia più accredidata:
Real Time Pricing

Proporre ai consumatori un prezzo legato al costo effettivo di produzione in ciascun intervallo di tempo

Introduzione

Perché Real-Time Pricing?

- Ridurre i picchi di consumo stagionali
- Assicurare che i consumi corrispondano al massimo beneficio possibile per produttori e utenti

Introduzione

Applicazioni commerciali:

programmi di Real-Time Pricing proposti ai clienti da enti privati (es: ComEd)

Stato dell'arte:

dimostrazione dei possibili effetti destabilizzanti sul mercato [1]

Struttura del mercato

Partecipanti al mercato dell'energia nel nostro modello:

- Consumatori
- Produttori
- ISO (*Indipendent System Operator*)

Struttura del mercato

Consumatori → $v_j(x)$ *value function*, $\forall\, j \in D = \{1, \dots, n_d\}$
strettamente crescenti e concave

Produttori → $c_i(x)$ *cost function*, $\forall\, i \in S = \{1, \dots, n_s\}$
strettamente crescenti e convesse

- Obiettivo: massimizzare il proprio beneficio (*utility function*)

$$\begin{aligned} d_j(\lambda) &= \arg\max_{x\in\mathbb{R}_+} u_j(\lambda, x) = \arg\max_{x\in\mathbb{R}_+} v_j(x) - \lambda x, \quad j \in D \\ s_i(\lambda) &= \arg\max_{x\in\mathbb{R}_+} u_i(\lambda, x) = \arg\max_{x\in\mathbb{R}_+} \lambda x - c_i(x), \quad i \in S \end{aligned}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{aligned} d_j(\lambda) &= \max\{0, \arg\{\dot{v}_j(x) = \lambda\}\} = \max\{0, \dot{v}_j^{-1}(\lambda)\} \\ s_i(\lambda) &= \max\{0, \arg\{\dot{c}_i(x) = \lambda\}\} = \max\{0, \dot{c}_i^{-1}(\lambda)\} \end{aligned}$$

Struttura del mercato

ISO: ente no-profit

- Far corrispondere domanda e offerta, tenendo conto dei vincoli della rete
- Garantire la stabilità, affidabilità ed equità del sistema
- Massimizzare la somma dei benefici di tutti gli utenti del mercato (*social welfare)*, definito come:

$$\mathcal{S} = \sum_{j \in D} u_j(\lambda, d_j) + \sum_{i \in S} u_i(\lambda, s_i)$$

all'equilibrio (domanda = offerta, prezzo unico λ)

$$\mathcal{S} = \sum_{j \in D} v_j(d_j) - \sum_{i \in S} c_i(s_i)$$

Struttura del mercato

Problema di ottimizzazione dell'ISO:

$$\max \quad \sum_{j \in D} v_j(d_j) - \sum_{i \in S} c_i(s_i)$$

$$s.t. \quad \sum_{j \in D} d_j = \sum_{i \in S} s_i$$

Fatto: Esiste un prezzo λ^* (moltiplicatore di Lagrange corrispondente al problema di ottimizzazione) tale che il *social welfare* viene massimizzato, mentre ciascun agente massimiza il proprio profitto (*utility function*).

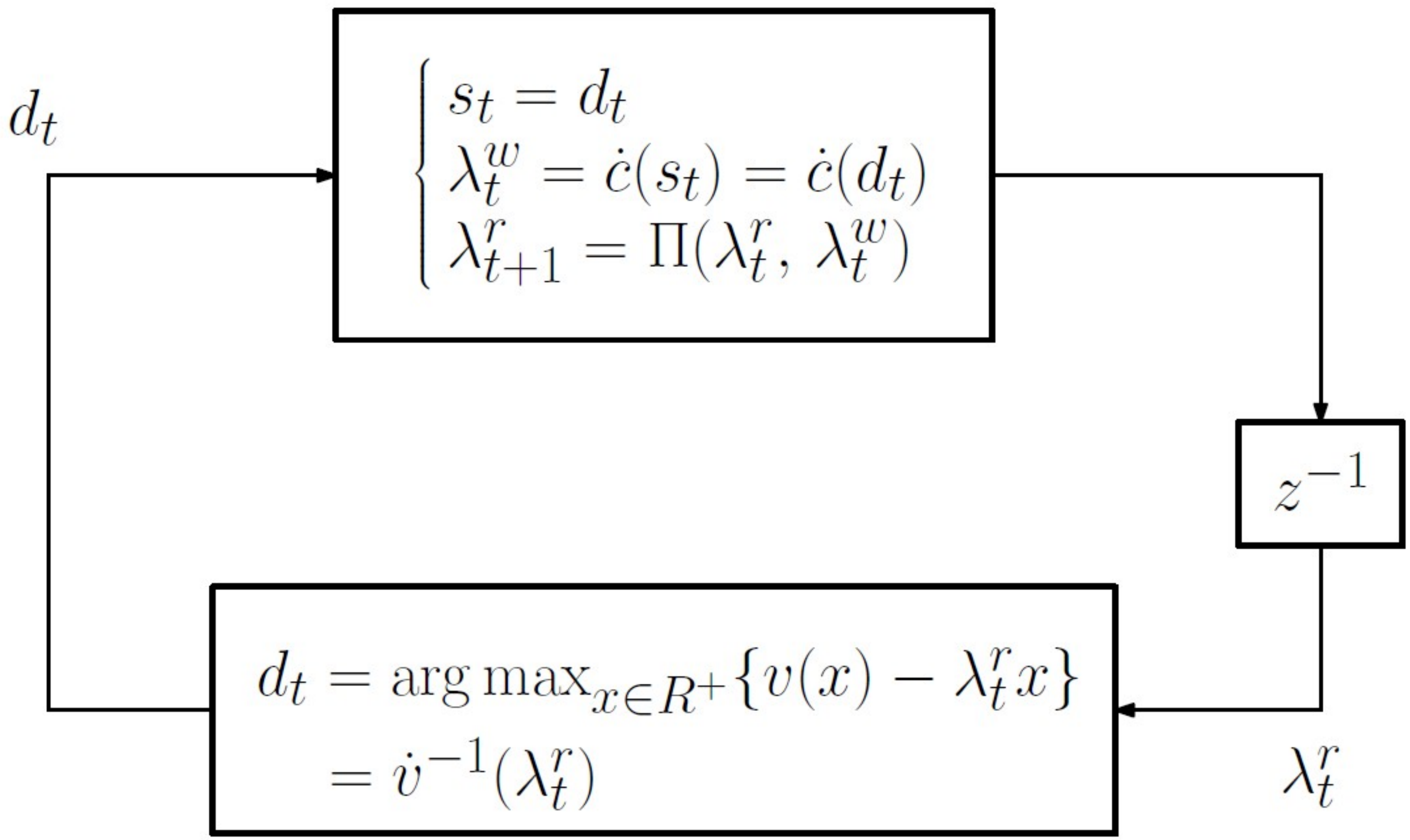
Astrazione del modello: solo un produttore e un consumatore che rappresentano l'intero gruppo di agenti → $v(x)$ e $c(x)$

Problemi affrontati

- Descrizione del modello
- Analisi della stabilità
- Massimizzazione del rate di convergenza
- Pareggio di guadagni e perdite dell'ISO
- Incertezza sulla domanda
- Comportamento dinamico del consumatore

Descrizione Modello

- $\lambda^r =$ prezzo al dettaglio
- $\lambda^w =$ prezzo all'ingrosso



Analisi della Stabilità

Teorema:

Supponiamo che esista un valore massimo della domanda, $d_{max} > 0$. Definiamo la funzione di *pricing* come:

$$\Pi(\lambda^r, \lambda^w) = \lambda^r + \gamma(\lambda^w - \lambda^r) = \gamma\lambda^w + (1-\gamma)\lambda^r$$

dove $\gamma > 0$. Per valori sufficientemente piccoli di γ, la funzione Π stabilizza la dinamica dei prezzi, nel senso che λ^r e λ^w convergono allo stesso valore λ^*.

Analisi della Stabilità

Si assuma che le equazioni della dinamica dei prezzi siano date da:

$$\lambda^w = \dot{c}(x) = c\,x$$
$$\lambda^r = \dot{v}(x) = a(x)$$

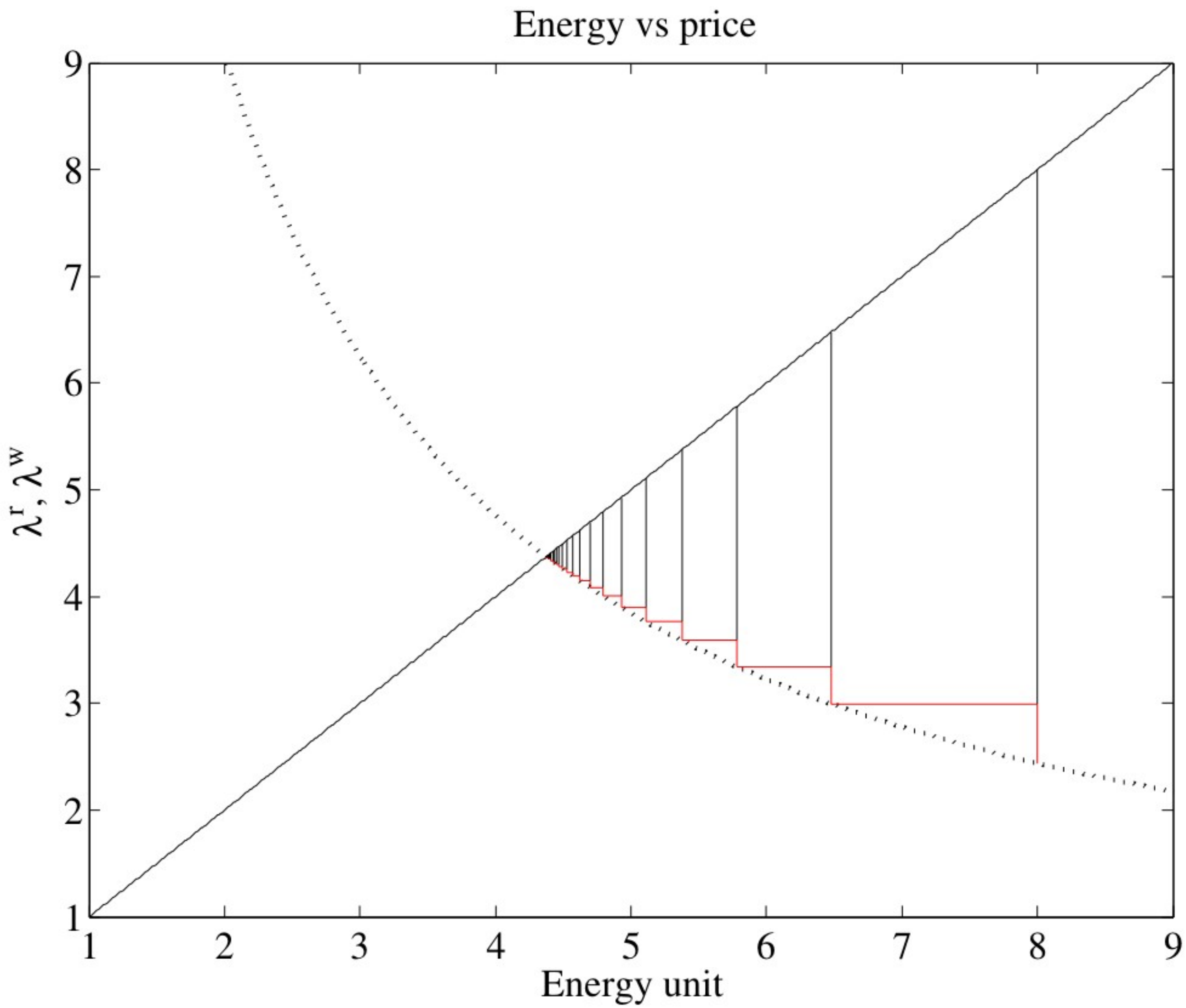
dove c > 0, a(x) > 0 e la sua derivata è < 0.
Sotto queste ipotesi l'intervallo dei valori ammissibili per il parametro γ che garantisce la stabilità del sistema è $\gamma \in [0,\gamma^*)$, dove:

$$\gamma^* = \frac{2\,\dot{a}(x^*)}{\dot{a}(x^*) - c}$$

Analisi della Stabilità

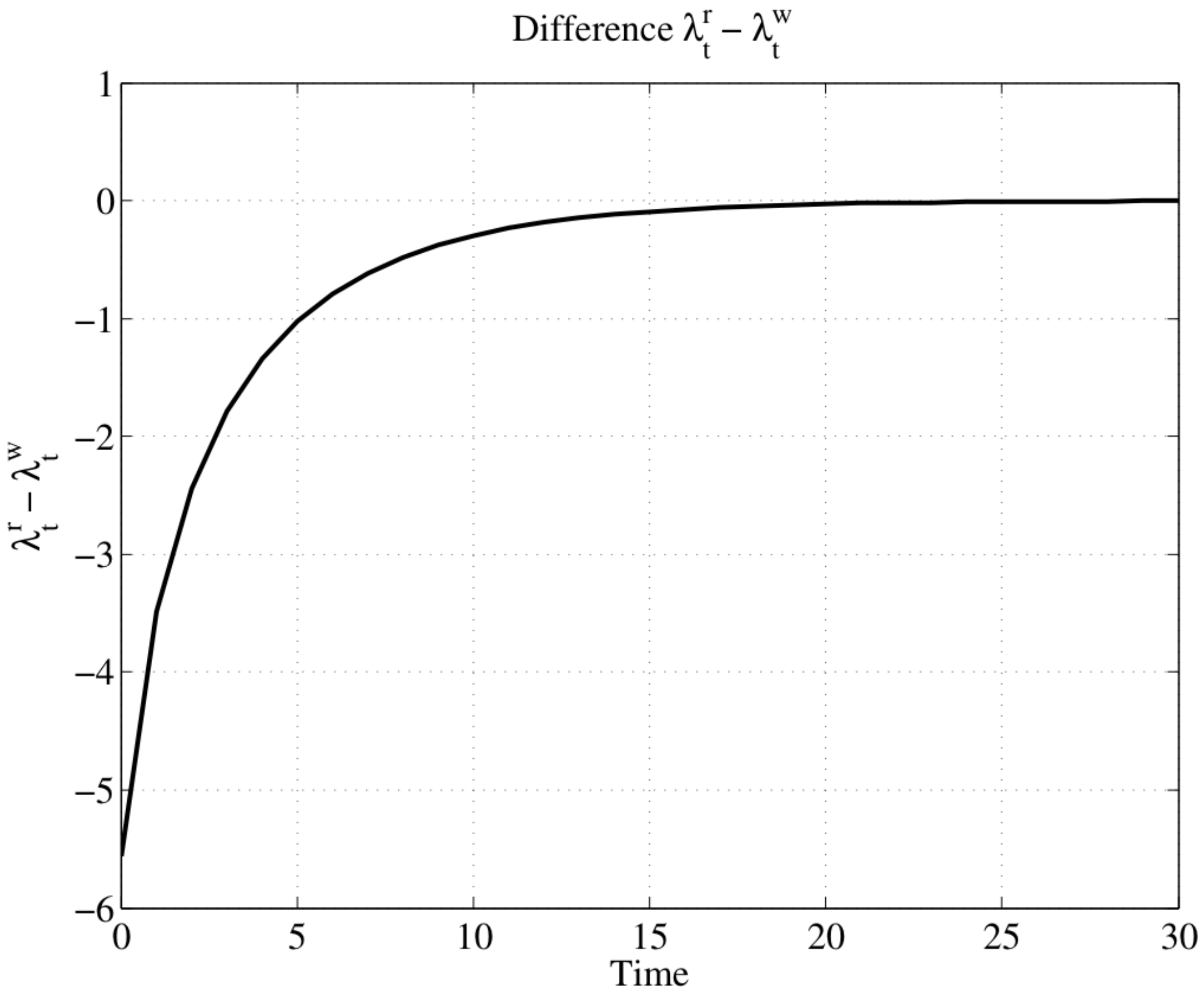
- $c(x) = 0.5\ x^2$
- $v(x) = 20 \log(5x + 1)$

- $\gamma = 0.1$



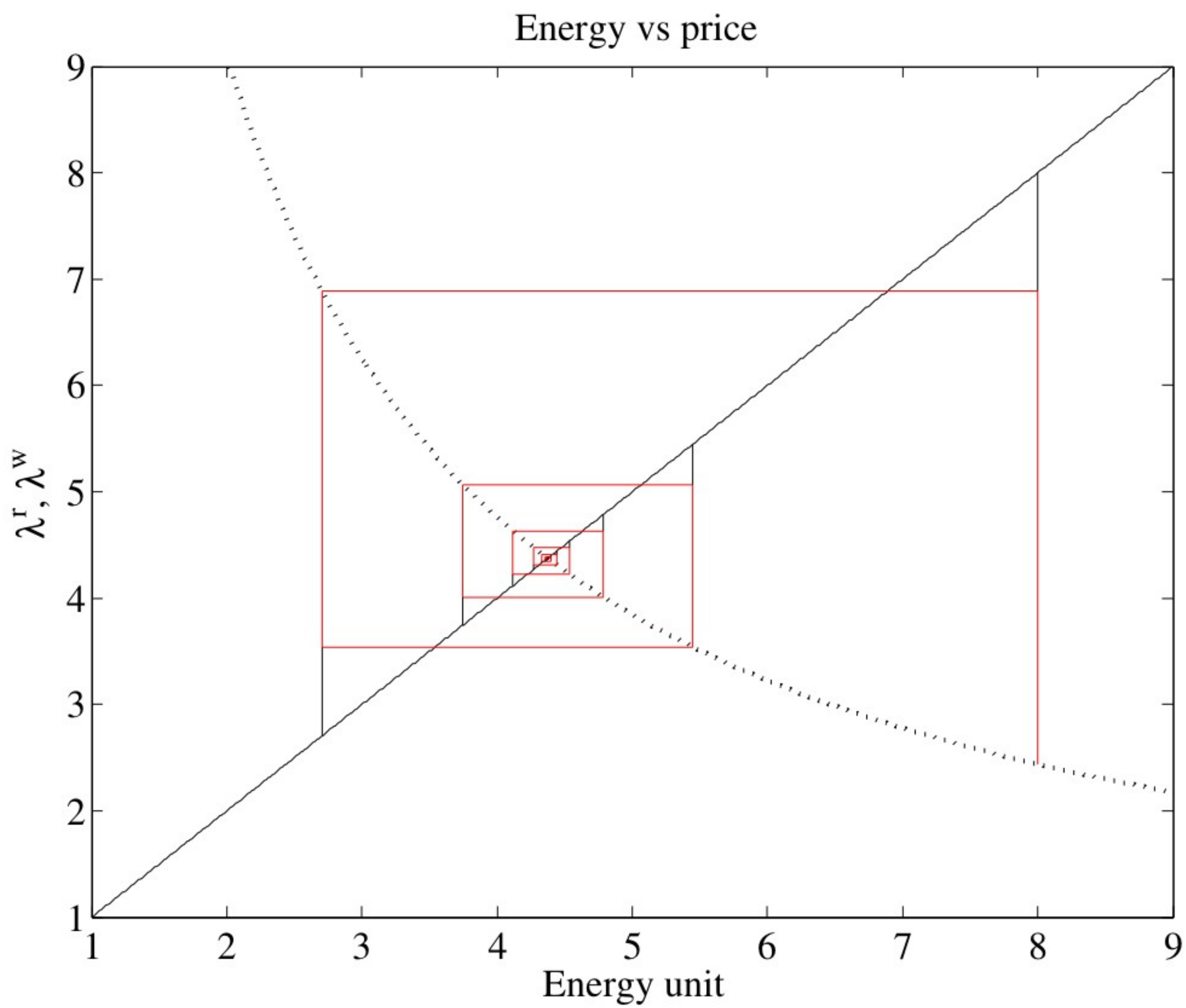
Analisi della Stabilità

Andamento della differenza tra i prezzi al dettaglio e all'ingrosso



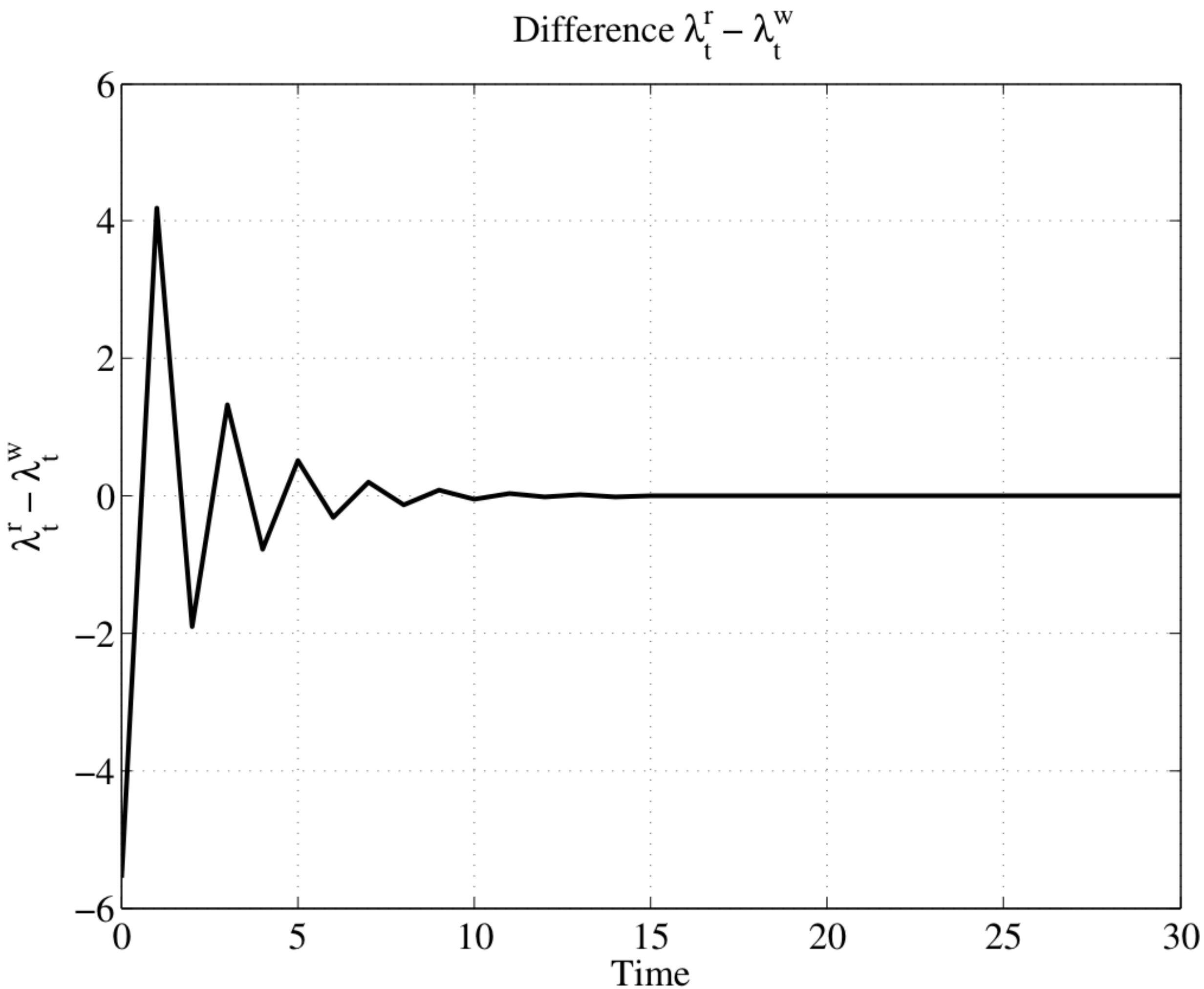
Analisi della Stabilità

- $\gamma = 0.8$



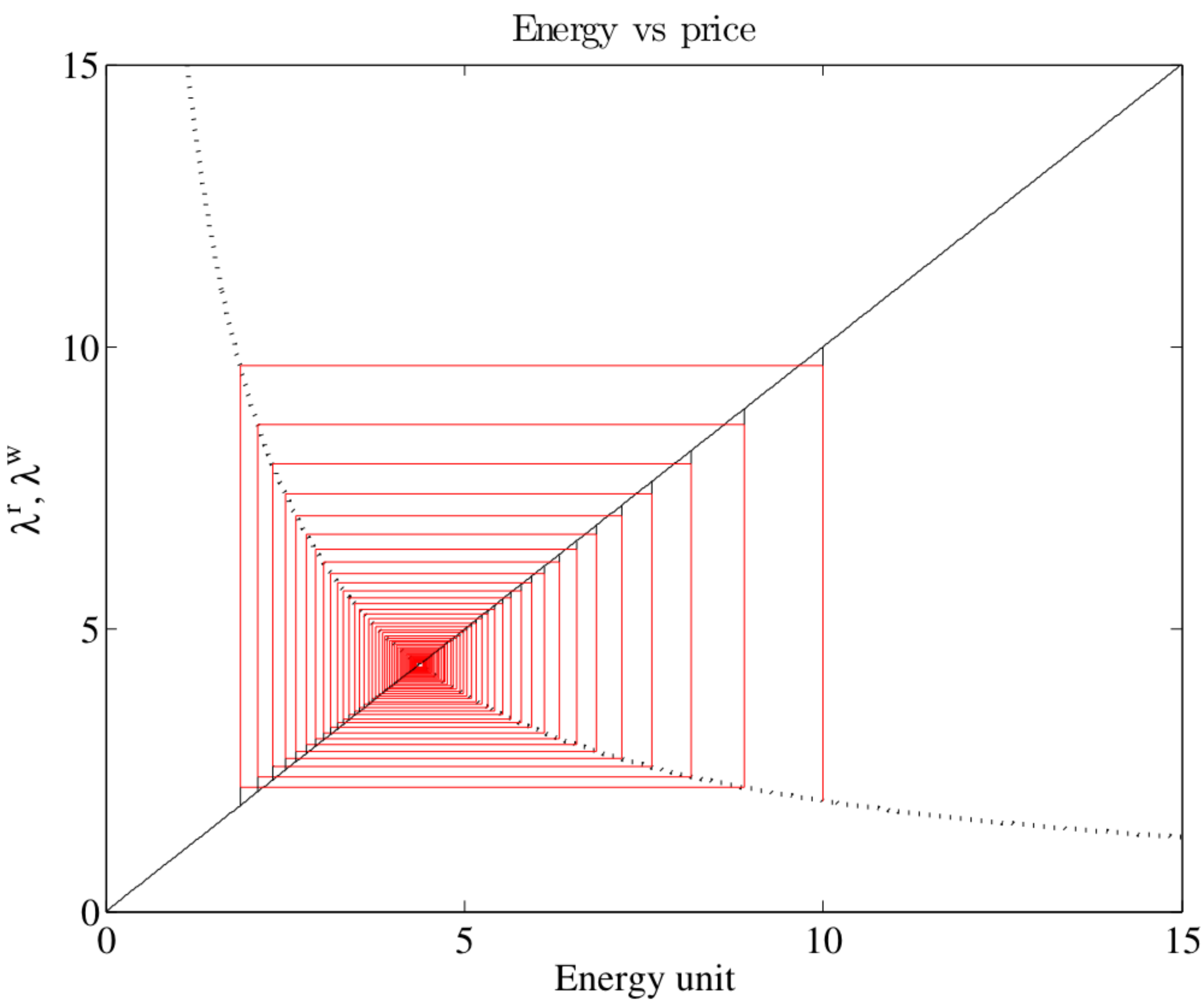
Analisi della Stabilità

Andamento della differenza tra i prezzi al dettaglio e all'ingrosso



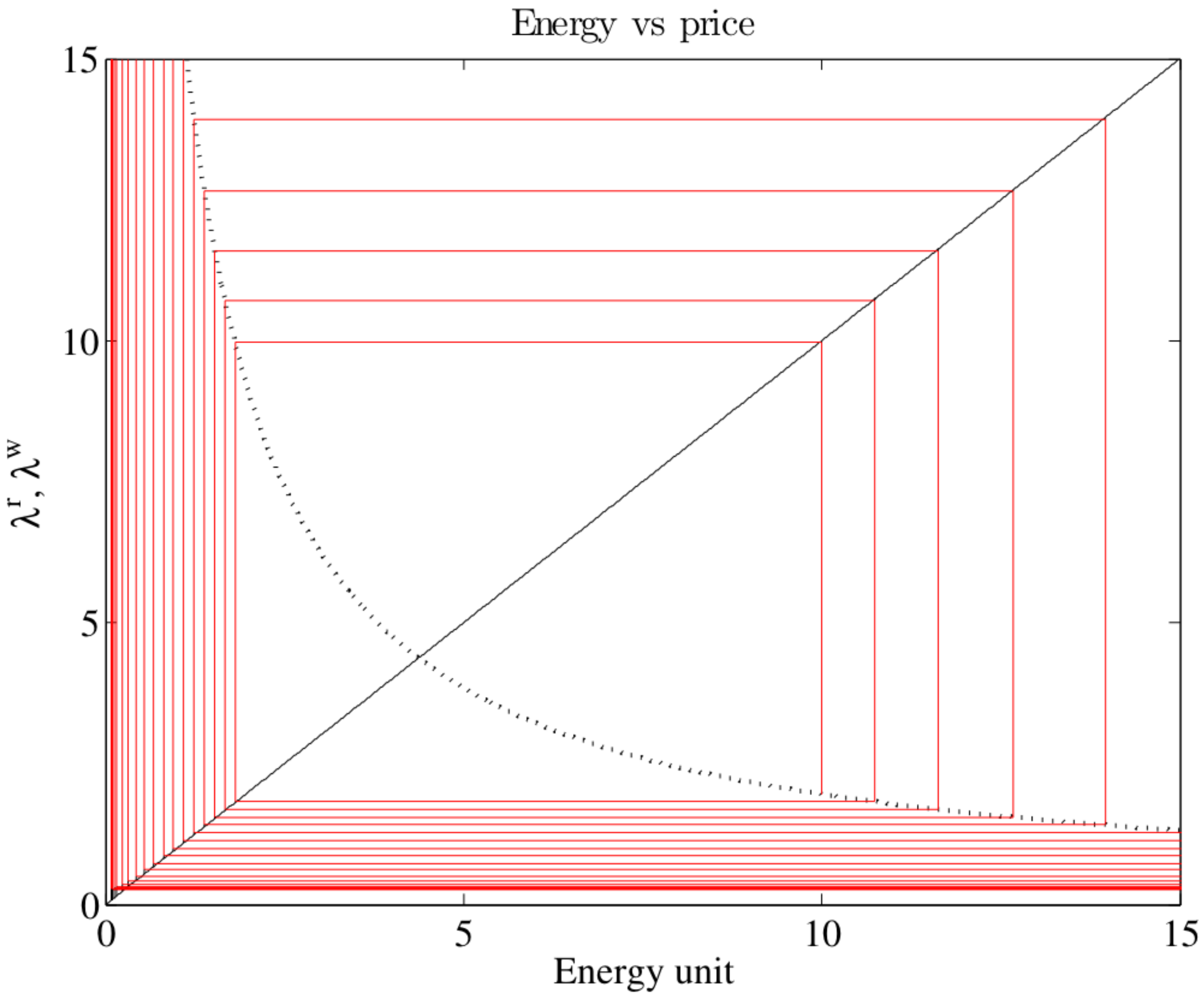
Analisi della Stabilità

- $\gamma = 0.98\,\gamma^*$



Analisi della Stabilità

- $\gamma = 1.02\ \gamma^*$



Massimizzazione Rate di Convergenza

Value function nota (caso irrealistico)

Convergenza ad <u>un passo</u> calcolando esplicitamente l'intersezione tra $\dot{c}$ e $\dot{v}$.

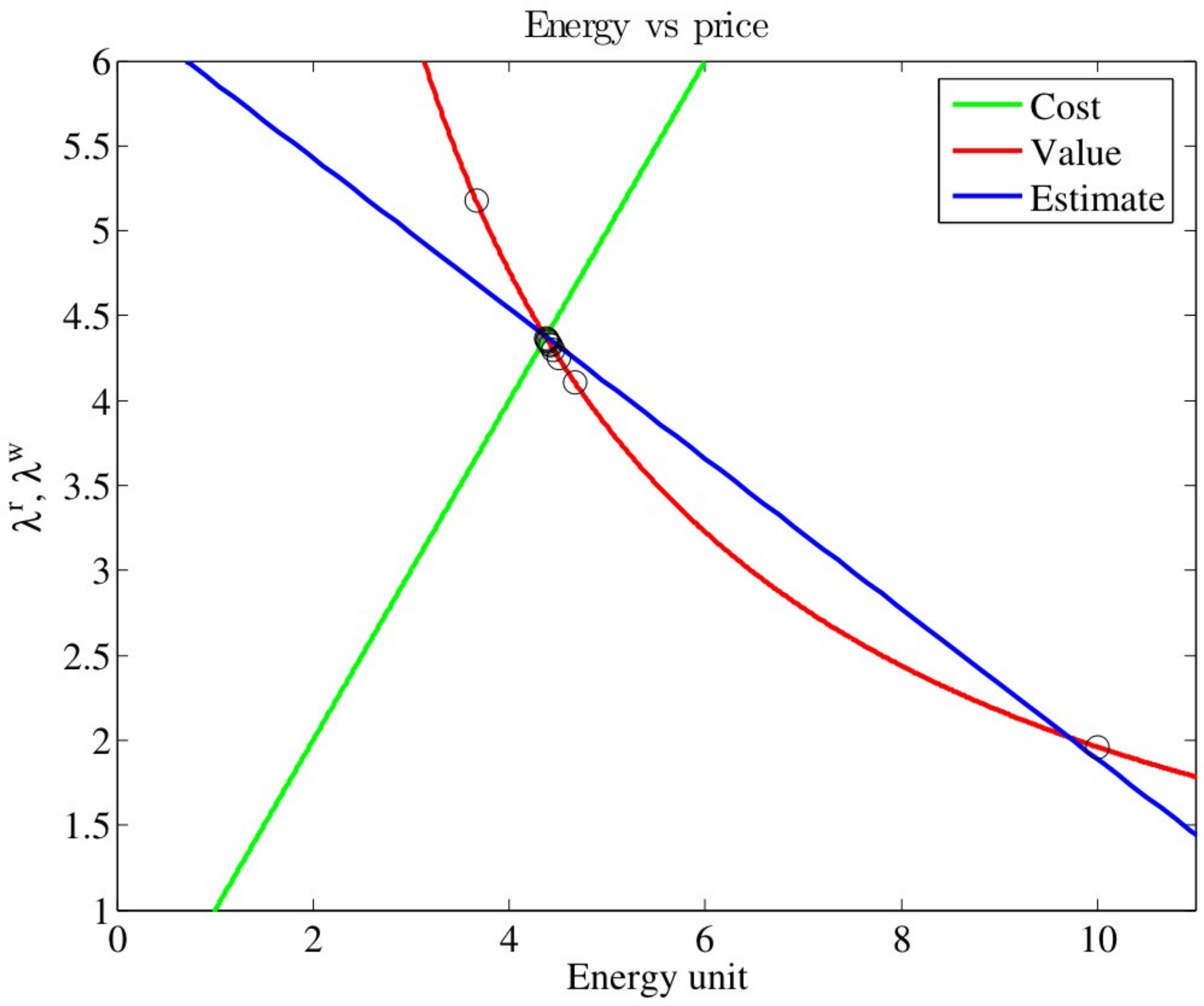
Value function non nota (caso reale)

Stima di $\dot{v}$ tramite interpolazione ai minimi quadrati

- Retta
- Parabola
- Iperbole

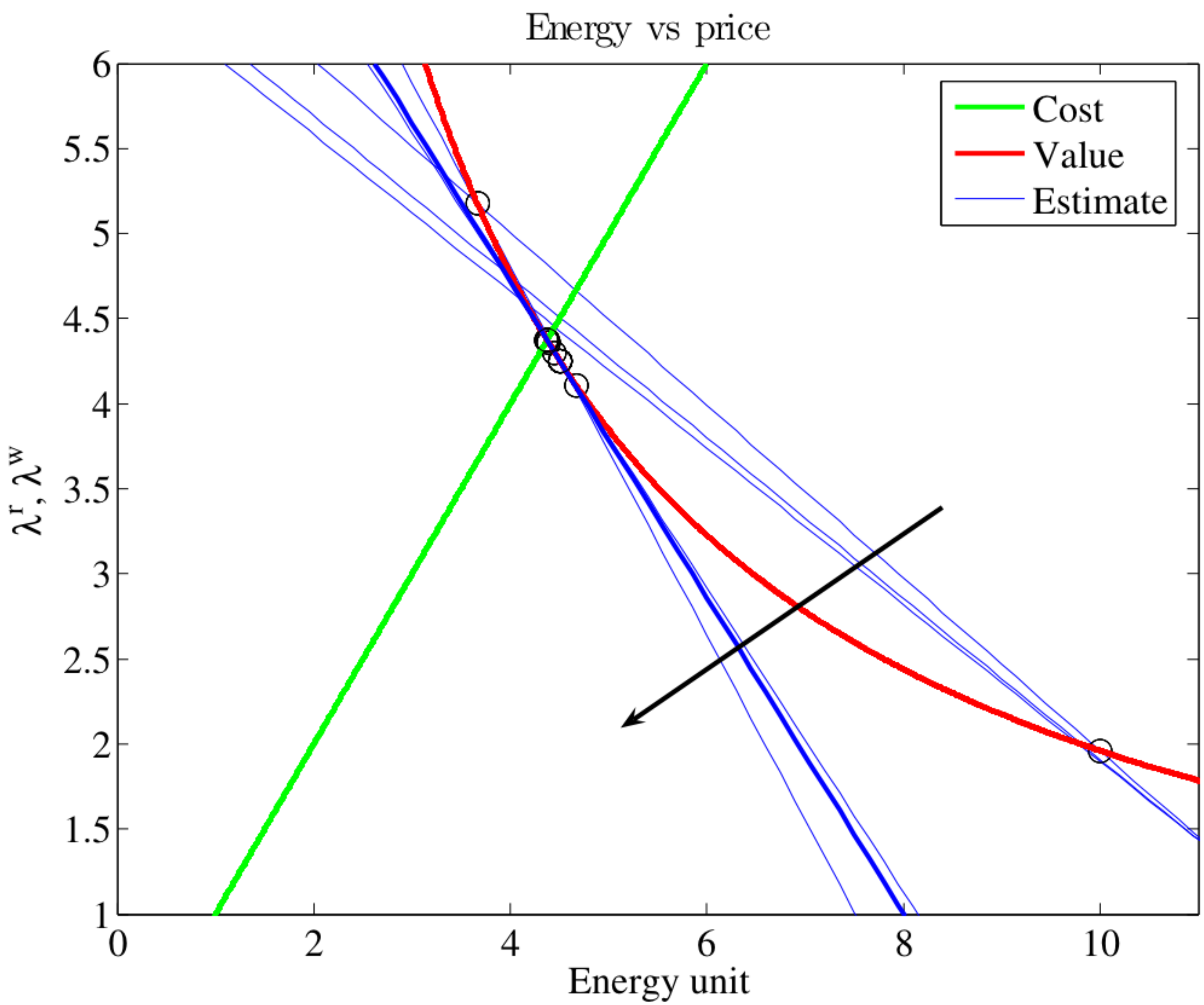
Massimizzazione Rate di Convergenza

Retta



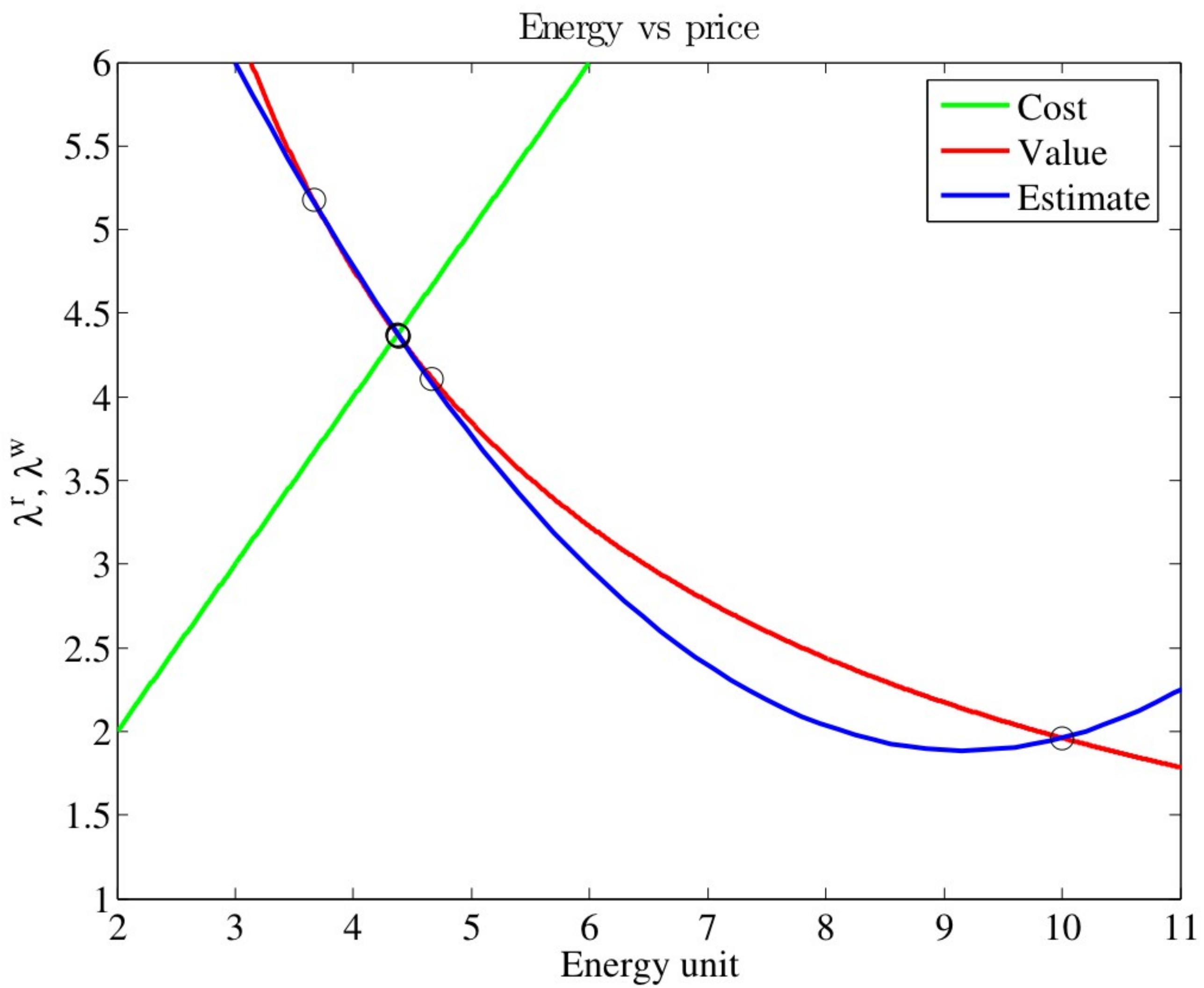
Massimizzazione Rate di Convergenza

Retta (ultimi punti)



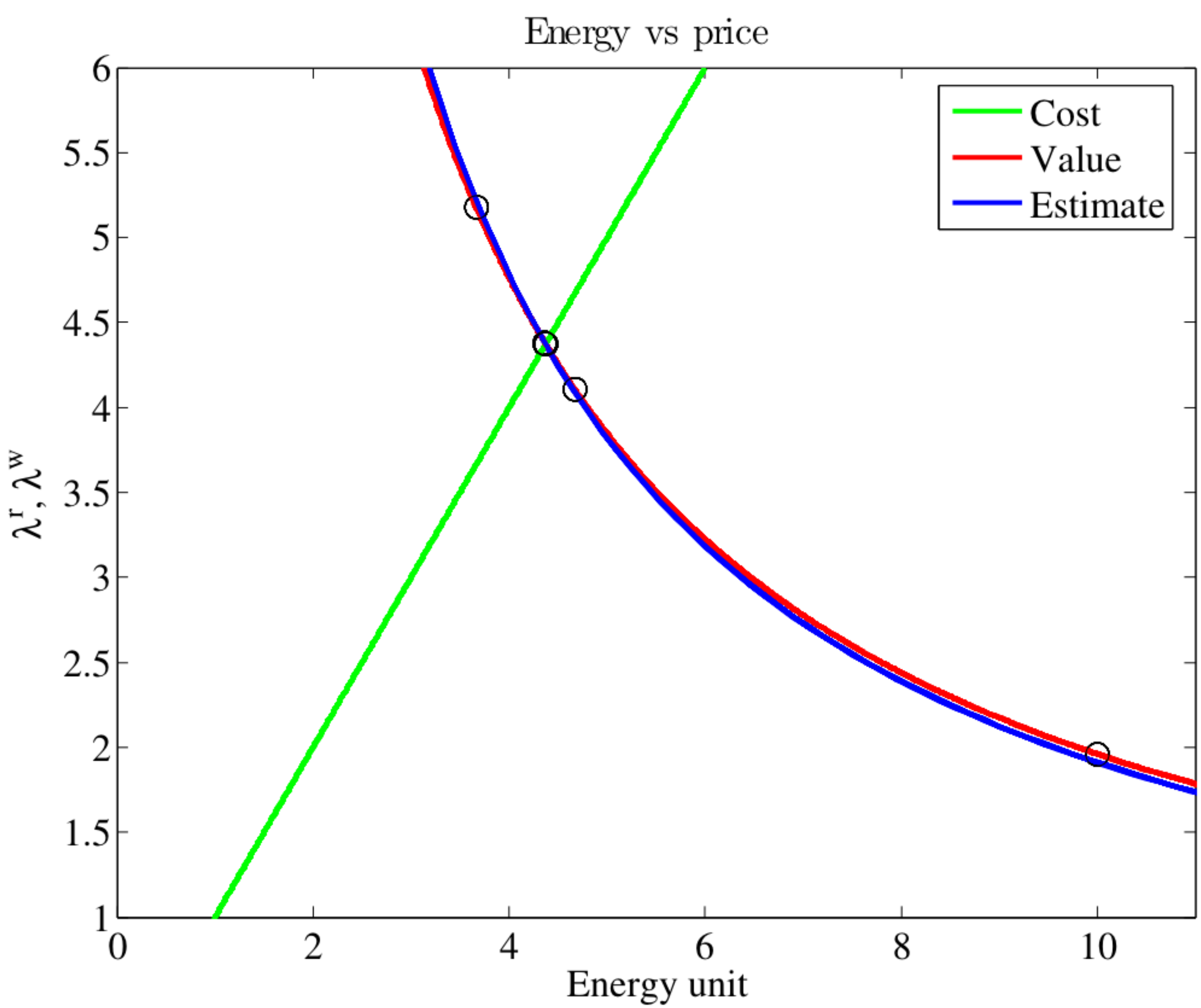
Massimizzazione Rate di Convergenza

Parabola



Massimizzazione Rate di Convergenza

Iperbole equilatera



Massimizzazione Rate di Convergenza

Confronto tra il numero di iterazioni necessarie per raggiungere un prezzo al dettaglio con un range del 5% (2%) dal prezzo ottimo

	5%	2%
Line	10	34
Line (only with the last points)	6	7
Parabola	∞	∞
Hyperbola	3	10
No interpolation (fixed γ)	20	24

Valori per $v(x) = 40 \log(5x+1)$ e $c(x) = 0.5\, x^2$ con $x(0) = 2$ e $\gamma = 0.1$.

Pareggio guadagni/perdite dell'ISO

Il “rischio” dell'ISO

- Il guadagno/perdita dell'ISO ad ogni passo è:

$$i_t \triangleq x_t(\lambda_t^r - \lambda_t^w)$$

- Il guadagno totale corrisponde quindi a:

$$I_t \triangleq \sum_{k=1}^{t} i_k = \sum_{k=1}^{t} x_k(\lambda_k^r - \lambda_k^w)$$

Essendo l'ISO un ente no profit si vuole $I = 0$

Pareggio guadagni/perdite dell'ISO

L'algoritmo usato in precedenza:

$$\lambda_{t+1}^r = \Pi(\lambda_t^r, \lambda_t^w) = \lambda_t^r + \gamma(\lambda_t^w - \lambda_t^r)$$

Viene modificato in questo modo:

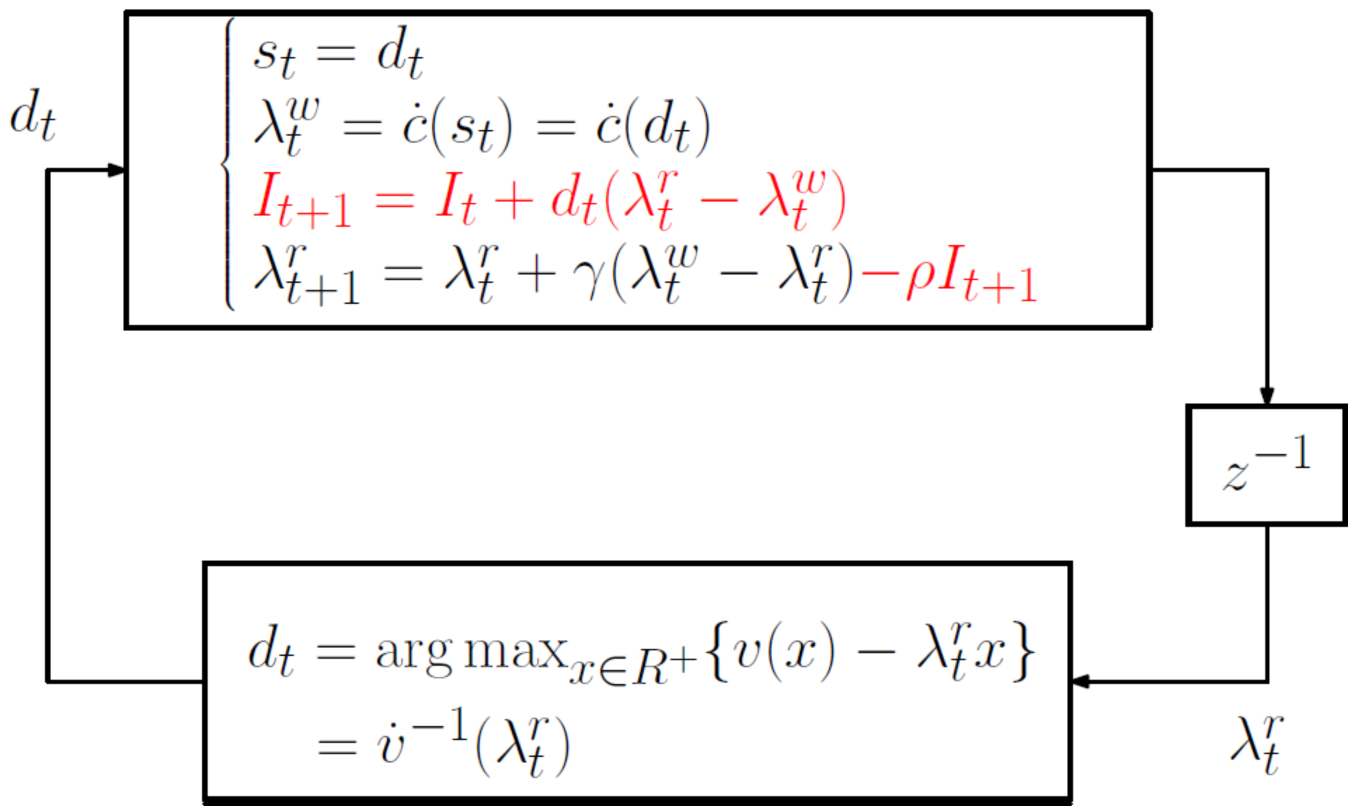
$$\lambda_{t+1}^r = \Pi(\lambda_t^r, \lambda_t^w, I_t) = \lambda_t^r + \gamma(\lambda_t^w - \lambda_t^r) - \rho I_t$$

con $\rho > 0$ costante

Controllo Integrale sul guadagno totale dell'ISO

Pareggio guadagni/perdite dell'ISO

Il nuovo schema a blocchi che descrive la dinamica dell'algoritmo risulta



inizializzato con $I_0 = 0$.

Pareggio guadagni/perdite dell'ISO

Teorema:
Si assuma che, nell'intorno del punto di equilibrio dell'algoritmo, valgano:

$$\dot{v}(x) = -ax + b$$

$$\dot{c}(x) = cx + d$$

Allora il punto di equilibrio è asintoticamente stabile se:

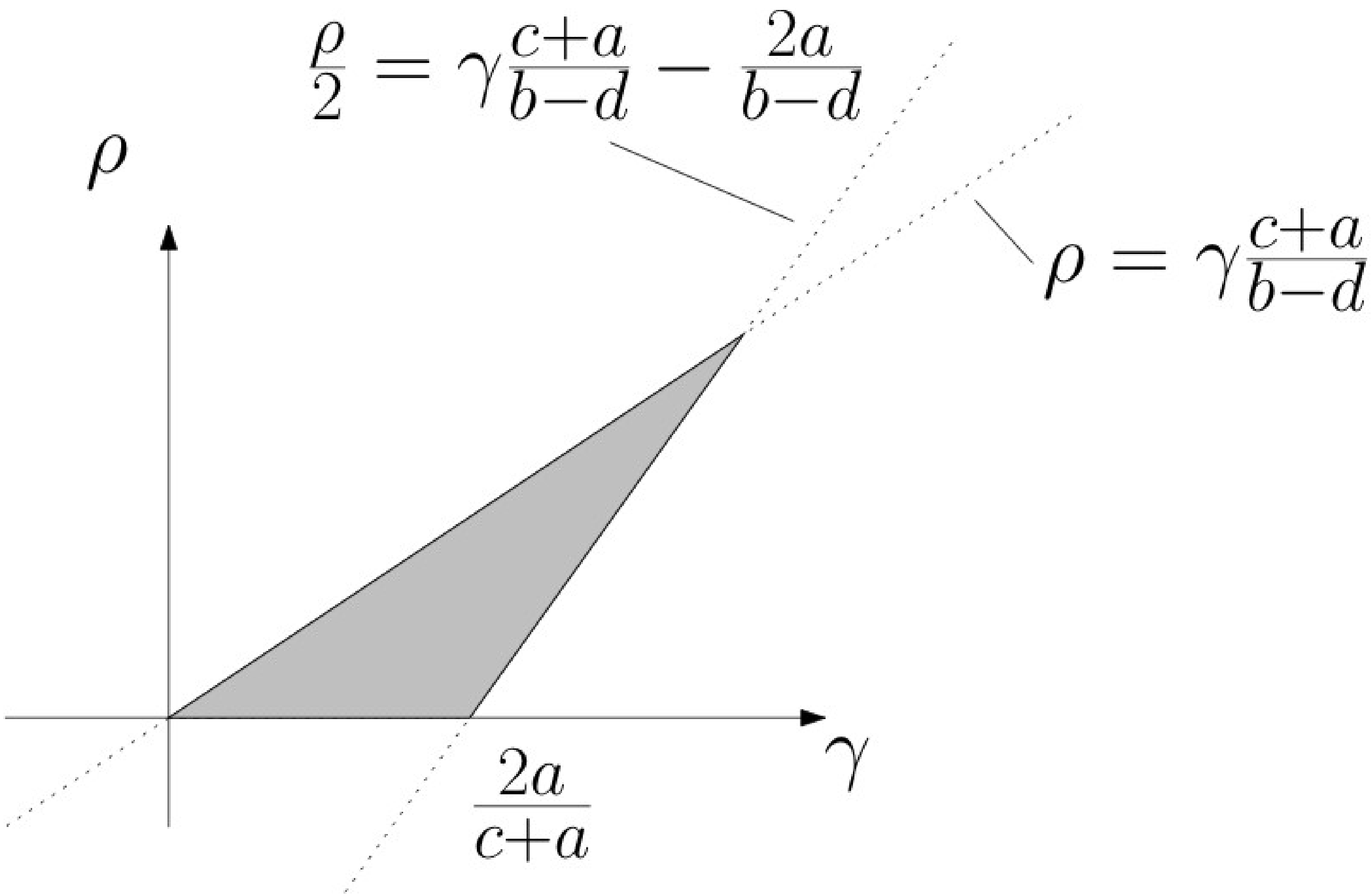
$$\begin{cases} \rho & < \gamma \frac{c+a}{b-d} \\ \frac{\rho}{2} & > \gamma \frac{c+a}{b-d} - \frac{2a}{b-d} \end{cases}$$

mentre una condizione sufficiente è data da:

$$\gamma < \frac{2a}{c+a} \qquad \rho < \gamma \frac{c+a}{b-d}$$

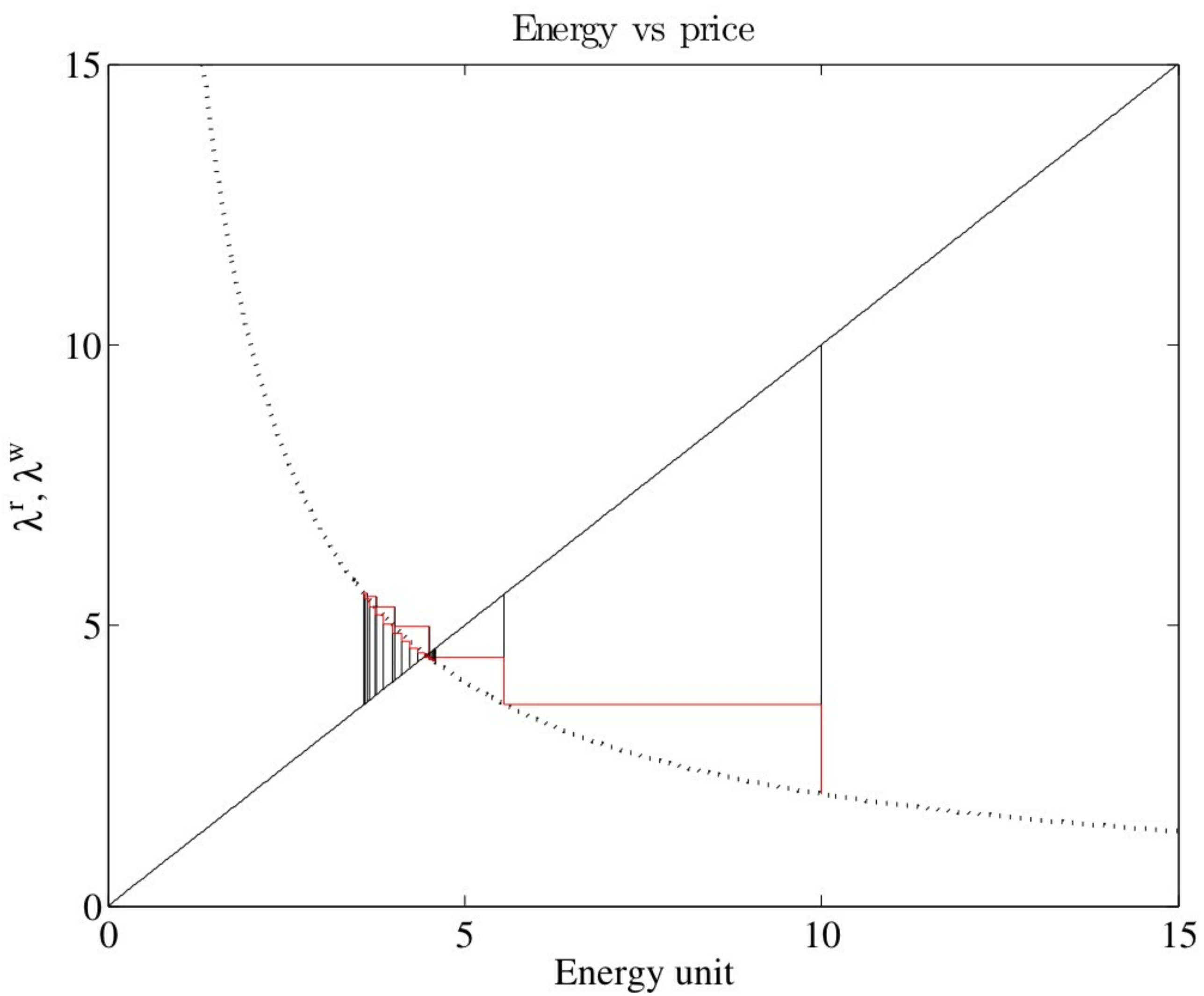
Pareggio guadagni/perdite dell'ISO

Regione per l'asintotica stabilità del punto di equilibrio rispetto a γ e ρ



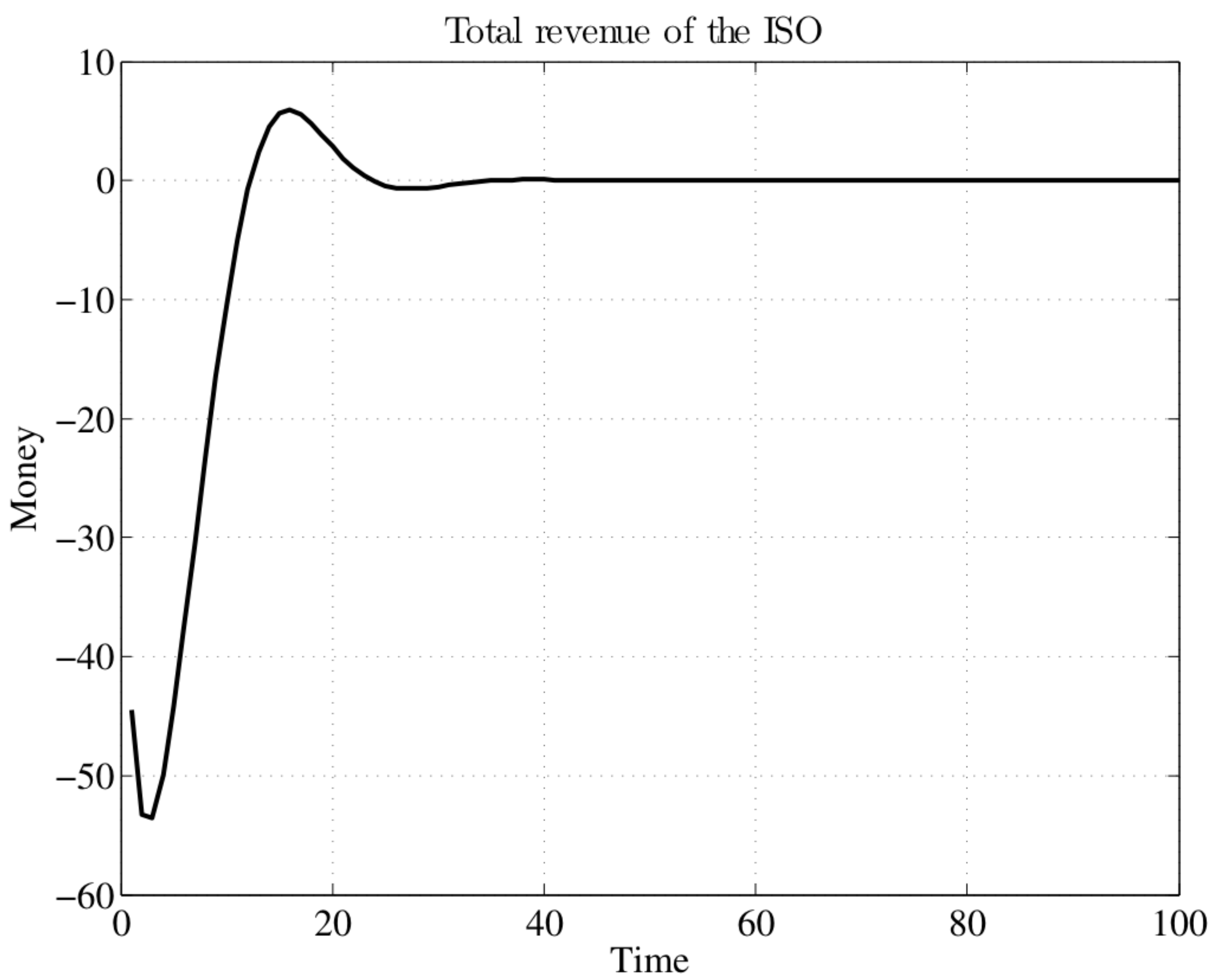
Pareggio guadagni/perdite dell'ISO

Traiettoria dei prezzi di retail con $\gamma = 0.2$ e $\rho = 0.01$



Pareggio guadagni/perdite dell'ISO

Traiettoria del guadagno/perdita totale dell'ISO



Incertezza sulla domanda

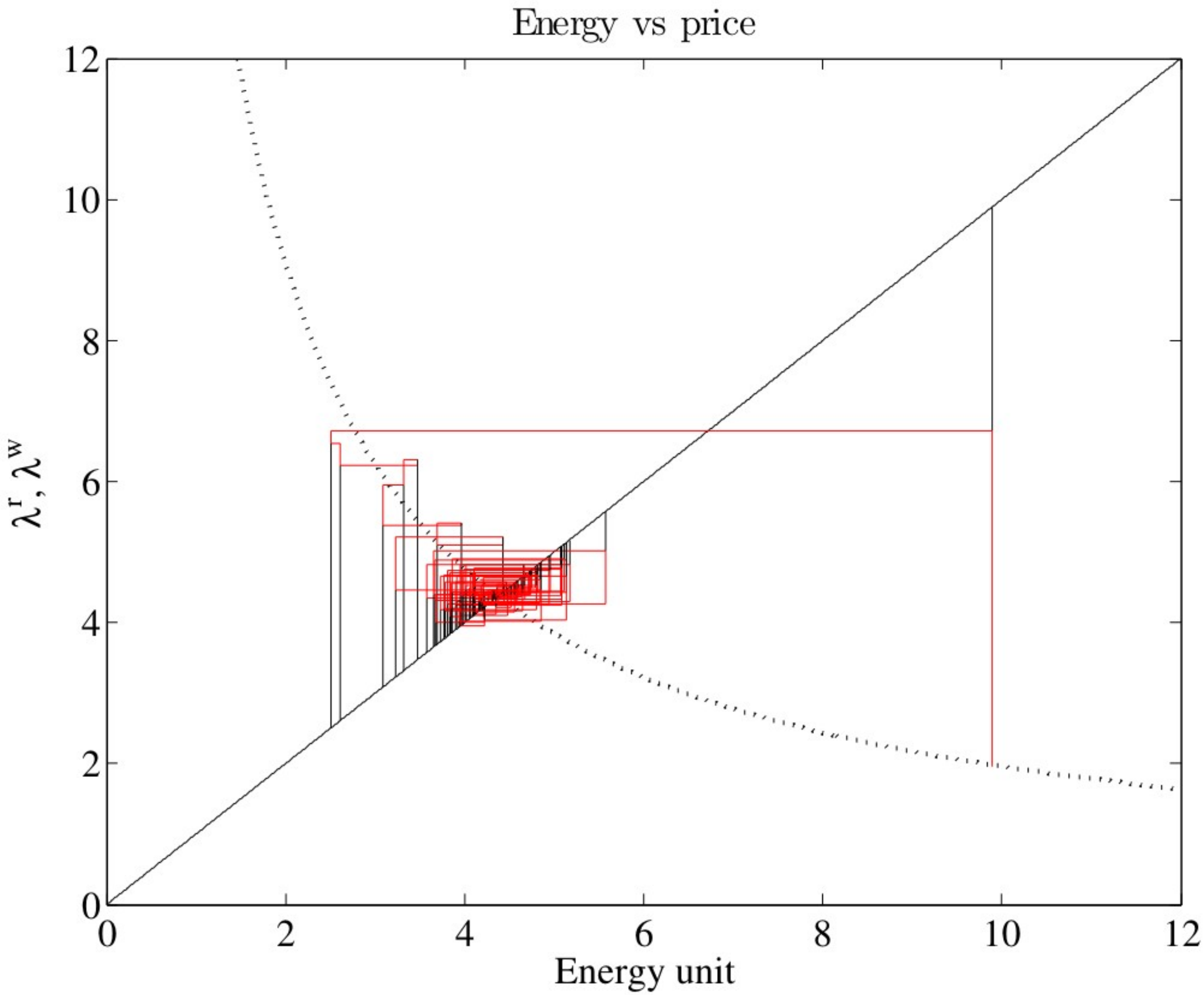
Motivazione: La *value function* dei consumatori potrebbe essere soggetta a piccole variazioni non prevedibili

Modello: rumore additivo a media nulla e varianza finita (q)

$$d_t = \dot{v}^{-1}(\lambda_t^r) + n_t$$

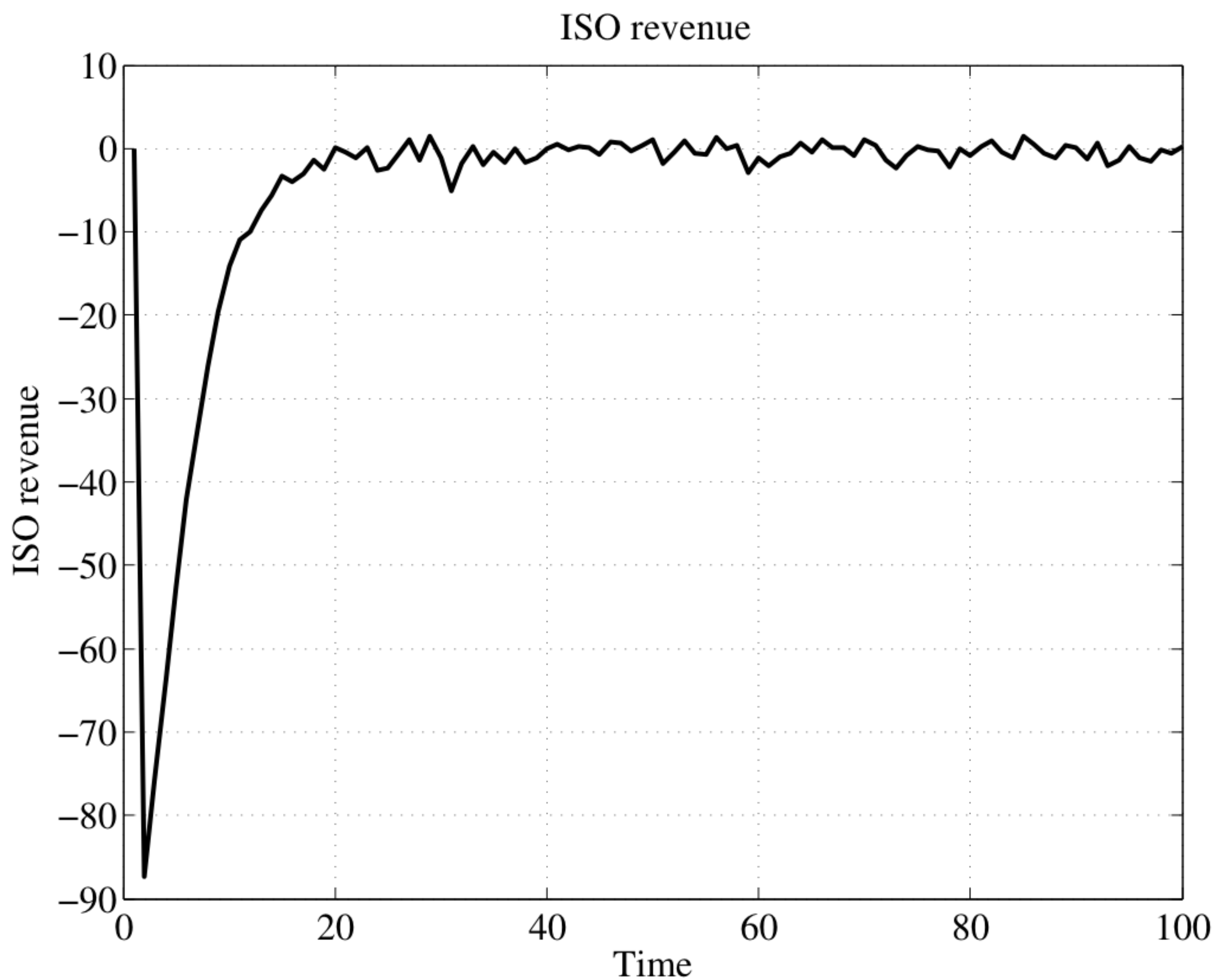
Incertezza sulla domanda

Traiettoria dei prezzi di retail con $q = 0.05$



Incertezza sulla domanda

Traiettoria del guadagno/perdita totale dell'ISO



Comportamento dinamico del consumatore

Motivazione: il valore economico che il consumatore attribuisce al consumo di energia può essere <u>non uniforme</u> nell'arco della giornata

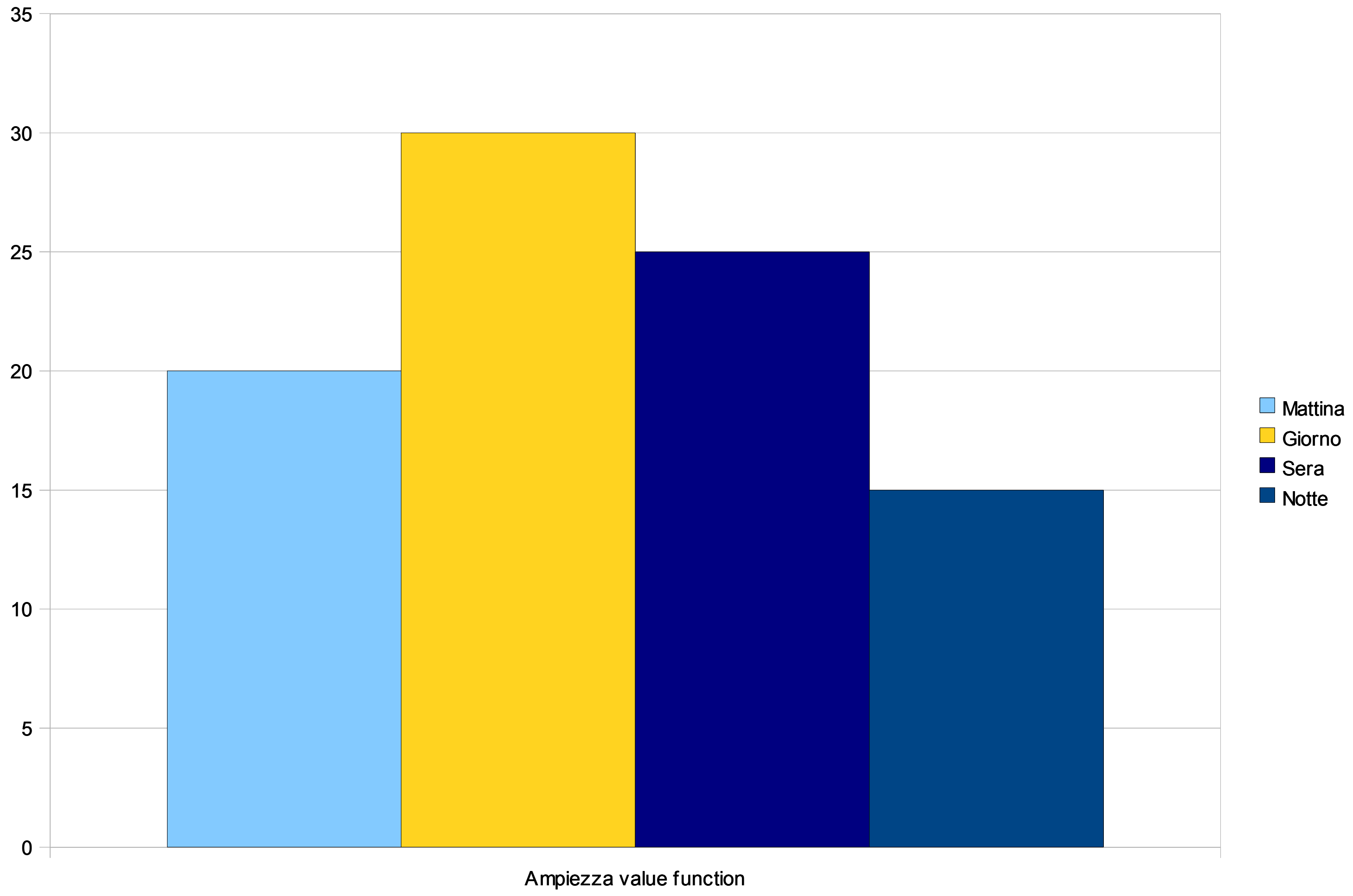
Modello: si definiscono <u>quattro fasce orarie</u>, ciascuna caratterizzata da una value function

$$v_i(x) = A_i \log(5x + 1)$$

1 = mattina (4:00 - 10:00)
2 = giorno (10:00 - 16:00)
3 = sera (16:00 - 22:00)
4 = notte (22:00 – 4:00)

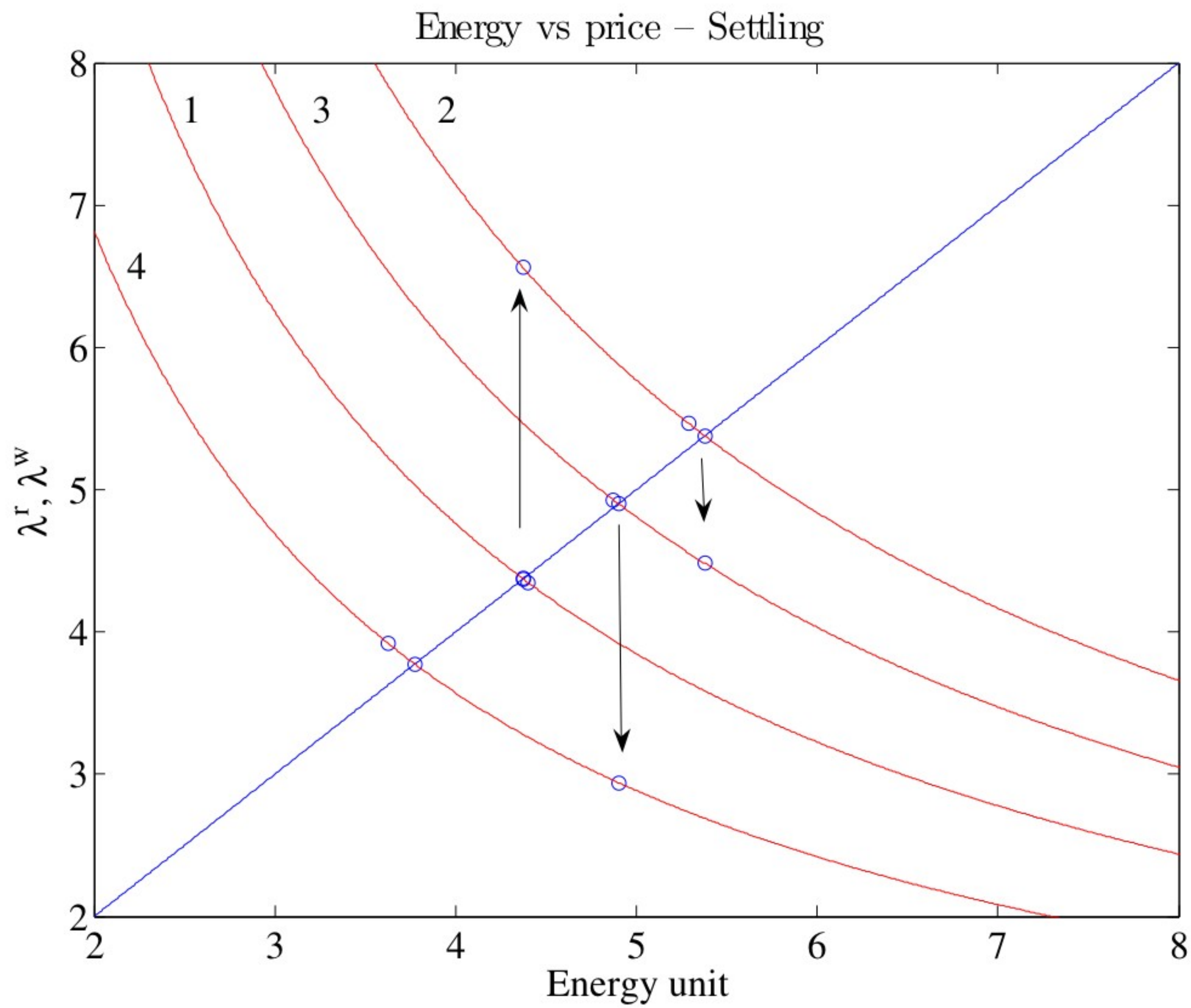
Comportamento dinamico del consumatore

Valore dell'energia nelle diverse fasce orarie



Comportamento dinamico del consumatore

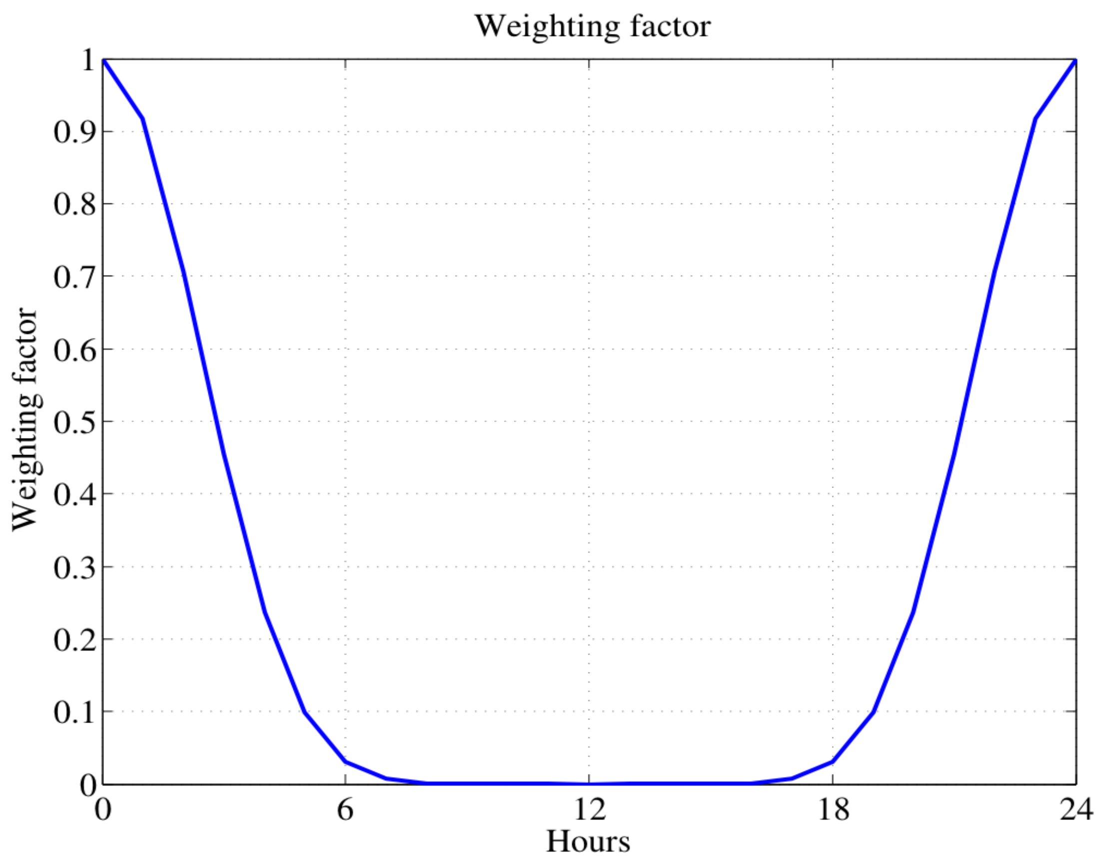
Approccio con γ fisso



$\gamma = 0.5$

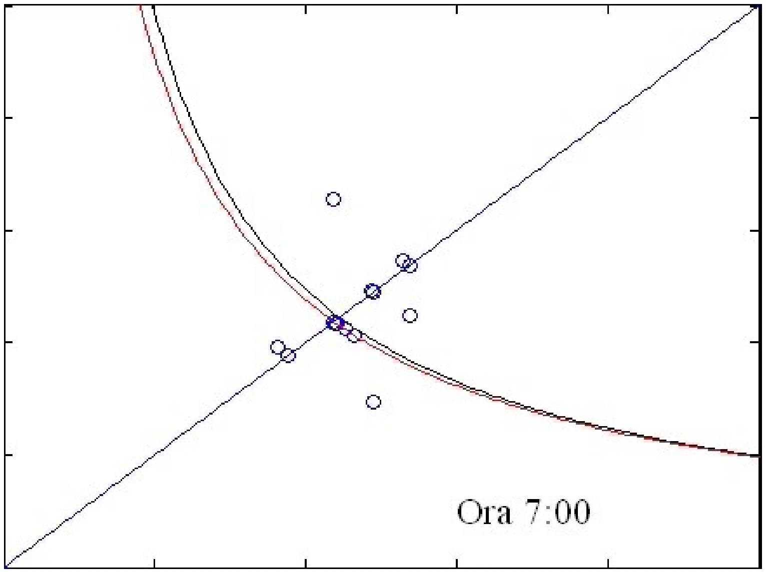
Comportamento dinamico del consumatore

Approccio con interpolazione (minimi quadrati) utilizzando dati delle ultime 24 ore



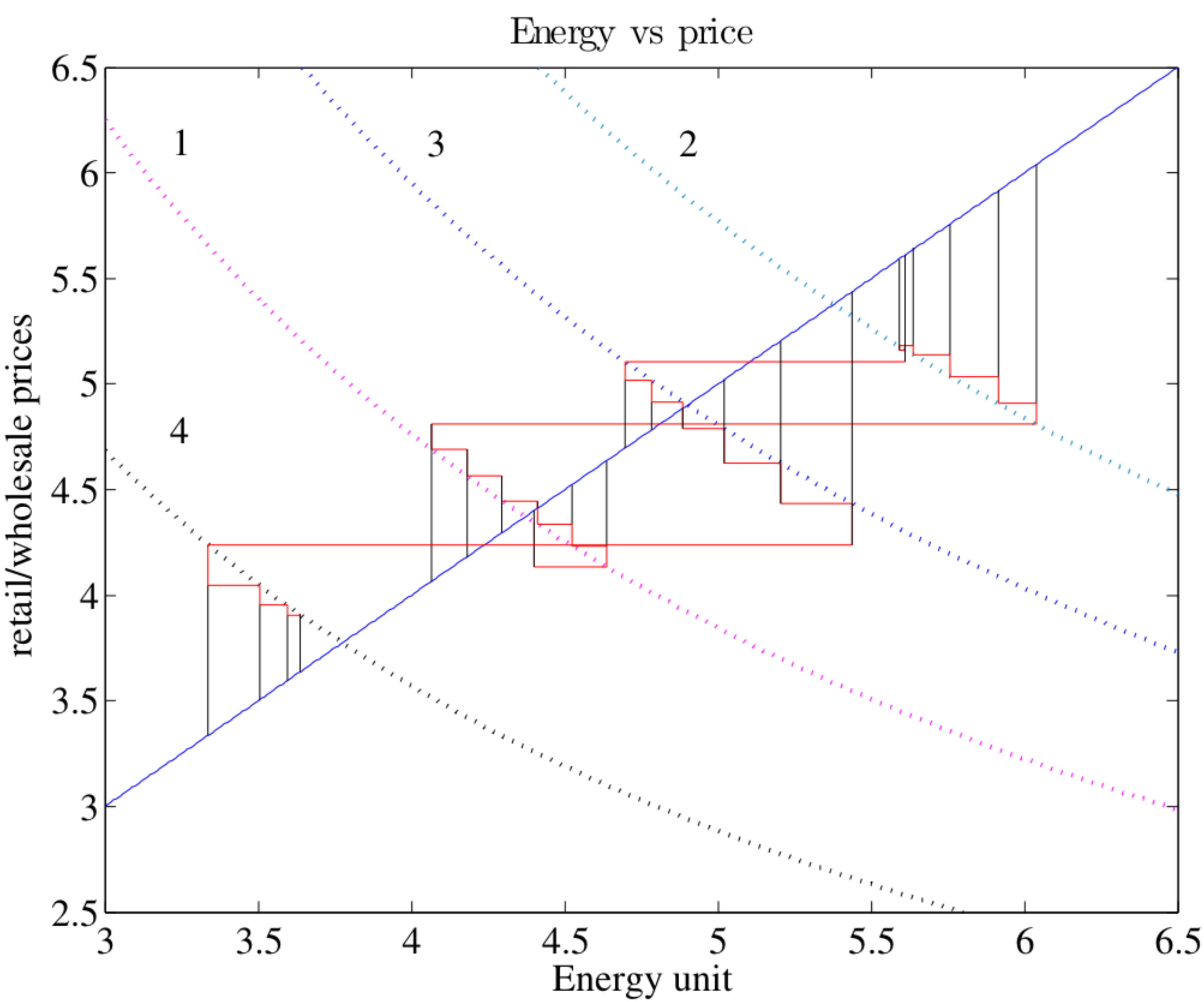
Funzione peso utilizzata

Comportamento dinamico del consumatore



Inseguimento tramite interpolazione della dinamica dei consumatori

Comportamento dinamico del consumatore



Conclusioni

- Algoritmo di stabilizzazione (Teoria di Lyapunov), Bound sul parametro di controllo
- Massimizzazione del rate di convergenza, tramite interpolazione ai m.q. (diverse *fitting functions*)
- Modifica dell'algoritmo precedente per pareggiare guadagni e perdite dell'ISO, tramite controllo integrale
- Verifica simulativa della stabilità di tale algoritmo, anche con domanda affetta da rumore
- Controllo dei prezzi, in un sistema soggetto a comportamento dinamico del consumatore (due possibili approcci)

Obiettivi Futuri

- Incertezza sulla produzione
- Introduzione di vincoli fisici nel modello
- Test dell'algoritmo su diverse possibili classi di funzioni ($v(x)$ e $c(x)$)
- Simulazione più realistica della dinamica del consumatore
- Bilanciamento dei crediti/debiti dell'ISO, in caso di comportamento dinamico del consumatore

Bibliografia

[1] Roozbehani, M. Dahleh, M. Mitter, S. On the stability of wholesale electricity markets under real-time pricing.

[2] Roozbehani, M. Dahleh, M. Mitter, S. Dynamic pricing and stabilization of supply and demand in modern electric power grids.

[3] Fornasini, E. Marchesini, G. Appunti di Teoria dei sistemi.

[4] Wang, J. Kennedy, S. Kirtley, J. A new wholesale bidding mechanism for enhanced demand response in smart grids.

[5] Wang, J. Kennedy, S. Kirtley, J. Optimization of time-based rates in forward energy markets.

[6] Borenstein, S. Jaske, M. Rosenfeld, A. Dynamic pricing, advanced metering and demand response in electricity markets. Center for the study of energy markets, Oct. 31, 2002.

[7] Wang, G. Kowli, A. A control theorist's perspective on dynamic competitive equilibria in electricity markets.

[8] F. Kelly. Charging and rate control for elastic traffic. European Transactions on Telecommunications, v. 8, pp. 33-37.1997

[9] J.E. Hartley. The Rapresentative Agent in Macroeconomics. London, Routledge, 1997.

Contributi principali

- Silvia Minucelli: grafici a penna biro, controesempi irritanti, tè alla menta.

- Riccardo Sterbizzi: interpolazioni spregiudicate, funzione "coseno alla mille", coefficienti di Sterbizzi.

- Caterina Thomaseth: sterminio delle indentazioni, richiami all'ordine, linearizzazioni multiple carpiate.