

Laboratorio di Controlli

Lab n.1: Controllo di un motore elettrico tramite PID

Luca Schenato
Email: schenato@dei.unipd.it
30 Marzo 2015

1 Scopo

L'obiettivo di questo laboratorio è di procedere alla progettazione di un controllore PID per il controllo di un motore elettrico a corrente continua controllato in tensione. In particolare si vogliono analizzare l'effetto dei vari parametri del controllore PID e della loro configurazione sulla prestazione del sistema in catena chiusa. Un'altro aspetto importante di questo laboratorio è il confronto tra la prestazione ottenuta tramite simulazione e la prestazione sperimentale.

2 Modello e parametri

Si consideri il modello di motore elettrico e di apparato sperimentale presenti nella con i dati di targa indicati nella seguente tabella

Parametro	Valore	Unita di misura
R	2.6	Ω
L	$0,18 \cdot 10^{-3}$	H
N	14	
k_ϕ	$7,67 \cdot 10^{-3}$	$\frac{N \cdot m}{A}$
J_m	$3,87 \cdot 10^{-7}$	$Kg \cdot m^2$
J_ℓ	$3,42 \cdot 10^{-5}$	$Kg \cdot m^2$
b_ℓ, b_m	non noti	$\frac{N \cdot m \cdot s}{rad}$
k_{r2v}	1,62	$\frac{Volt}{rad}$
k_{g2v}	0,0284	$\frac{Volt}{deg}$

Tale modello può essere implementato in SIMULINK come mostrato in Figura 1
Rispetto a quel modello si considerino le seguenti semplificazioni:

$$L = 0, \quad b_m = b_\ell = 0 \quad (1)$$

L'encoder di posizione del motore traduce la rotazione del carico del motore in una tensione. La relazione tra spostamento e tensione è lineare e il valore nominale è dato da:

$$K_{g2v} = \frac{5 [Volt]}{176 [gradi]} = 0.0284 \frac{[Volt]}{[gradi]} \quad (2)$$

$$K_{r2v} = \frac{180}{\pi} K_{g2v} = 1.62 \frac{[Volt]}{[rad]} \quad (3)$$

Il motore in laboratorio verrà controllato con un periodo di campionamento di 0.001[s], quindi si usi questo periodo per gli interpolatori di ordine zero nelle simulazioni. L'amplificatore presente

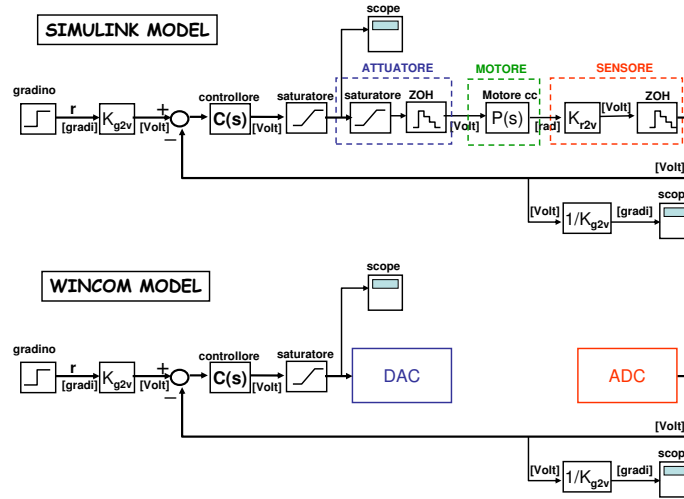


Figure 1: Modello del motore per la simulazione tramite SIMULINK (*sopra*) e implementazione tramite software WINCOM per la verifica sperimentale (*sotto*). **Per salvare i dati nel Workspace si sostituisca con il blocco "scope" con "to workspace" scegliendo "array" come parametro nel "save format" della finestra aperta facendo un doppio click sul blocco "to workspace". Nel workspace viene anche creata una variabile "tout" relativa ai corrispondenti tempi di campionamento.**

nell'attuatore limita la tensione applicata al motore tra $\pm 5 [Volt]$. Sebbene questa saturazione sia fisicamente data dall'attuatore, è comunque opportuno saturare il segnale prima dell'ingresso dell'attuatore per evitare eventuali differenze¹ tra il modello teorico e quello sperimentale. Si verifichi che inserendo i valori di targa del motore a disposizione in laboratorio nelle equazioni della dinamica del motore elettrico a corrente continua controllato in tensione di ottiene la seguente funzione di trasferimento tra la tensione di ingresso espressa in Volt e lo spostamento del motore espresso in radianti².

$$P(s) = \frac{375}{s(s+40)} \frac{[rad]}{[Volt]} \quad (4)$$

3 Progettazione controllore PID

Si proceda alla progettazione di un controllore PID $C(s)$ con configurazione in parallelo:

$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \frac{[Volt]}{[Volt]} \quad (5)$$

tale che il sistema in catena chiusa soddisfi le seguenti specifiche rispetto ad un ingresso a gradino:

$$t_s \leq 0.15 [s] \quad (6)$$

$$S \leq 10\% \quad (7)$$

$$r = 40 [gradi] \quad (8)$$

dove t_s è il tempo di assestamento definito rispetto al 5% del valore di riferimento, S è la sovralongazione in termini percentuali rispetto al valore di riferimento, e r è l'ampiezza del gradino di ingresso.

¹L'amplificatore potrebbe non avere una saturazione ideale al di fuori della finestra tra $\pm 5 [Volt]$.

²Si noti che la funzione di trasferimento "vista" dal controllore è data da $P'(s) = P(s) \cdot K_{r2v} = \frac{610}{s(s+40)} \frac{[Volt]}{[Volt]}$

Si ricordi che un tempo di assestamento definito rispetto al 5% del valore di riferimento è approssimabile con la seguente espressione

$$t_s \approx \frac{3}{\xi\omega_n} \approx \frac{3}{\xi\omega_A}$$

mentre le seguenti figure riportano rispettivamente il grafico del coefficiente della sovraelongazione S in funzione del coefficiente di smorzamento ξ :

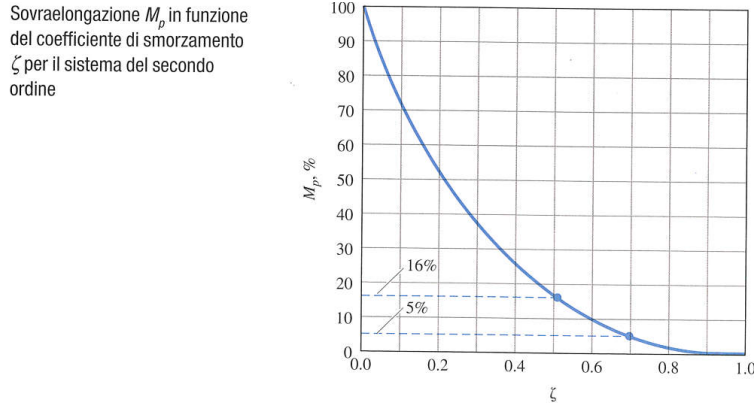


Figure 2: Sovraelongazione $M_p = S$ in funzione del coefficiente di smorzamento ξ

e del coefficiente della sovraelongazione S in funzione del margine di fase m_ϕ :

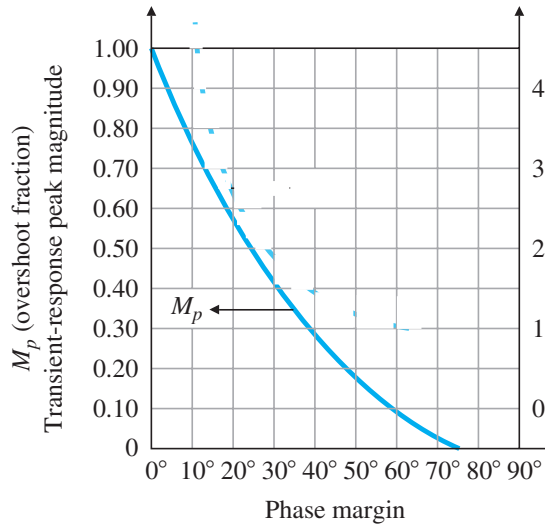


Figure 3: Sovraelongazione $M_p = S/100$ in funzione del margine di fase m_ϕ

Per evitare problemi numerici, è opportuno implementare il derivatore tramite un filtro passa alto con l'aggiunta di un polo con una frequenza di taglio sufficientemente elevata da poter trascurato nella fase di progettazione del controllore³:

$$C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D \frac{s}{0.001s + 1} \frac{[Volt]}{[Volt]}$$

Si implementi il controllore in PID in parallelo come indicato in Figura 4.

³Al posto di $\tau_L = 0.001$ è possibile utilizzare la formula suggerita a lezione $\tau_L = \frac{1}{\alpha\omega_A}$, con $\alpha \in [4, 10]$.

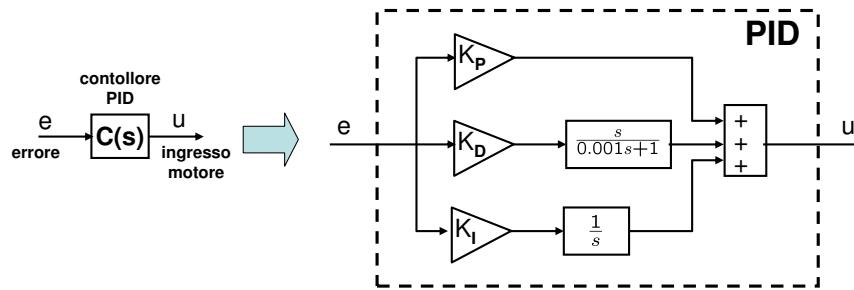


Figure 4: Controllore PID in configurazione parallelo.

Si prosegue alla progettazione del controllore utilizzando la progettazione in frequenza tramite margine di fase e frequenza di attraversamento. Si verifichi che le specifiche siano soddisfatte anche includendo l'elemento di saturazione e gli elementi ADC e DCA, cioè i due zero-order-hold, tramite SIMULINK.

4 Simulazione e verifica sperimentale

Si simuli tramite SIMULINK, e successivamente si confronti con i risultati sperimentali ottenuti in laboratorio le seguenti modalità di funzionamento, cioè si confrontino gli ingressi $u(t)$ e le uscite del motore $y(t)$. I parametri del PID devono essere gli stessi sia per la simulazione tramite SIMULINK sia in laboratorio, e non vanno ritirati anche se i risultati tra simulazione e motore reale differiscono notevolmente⁴.

4.1 Differenti configurazioni PID

Si analizzino le prestazioni per le tre differenti configurazioni PID riportate in Figura 5 per ampiezza di gradino $r = 40^\circ$.

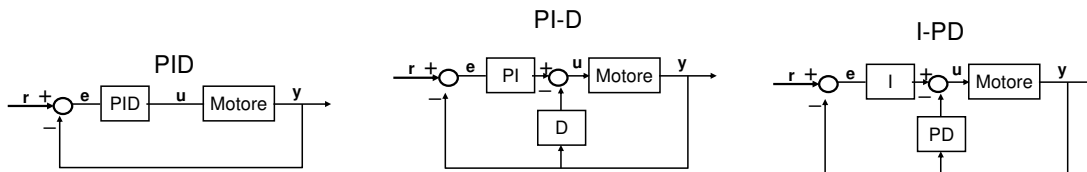


Figure 5: Differenti configurazioni PID.

⁴È possibile che alcuni motori si comportino in modo più o meno simile al modello nominale del motore e che le specifiche non siano più soddisfatte. Si cerchi però di capire quali possono essere le ragioni per tali discrepanze fra modello nominale e modello reale.

4.2 Effetto dei singoli guadagni PID

Si consideri nuovamente la configurazione standard PID. Siano K_I, K_D, K_P i guadagni del PID progettati nella Sezione 2. Si considerino i seguenti esperimenti:

$$\left. \begin{array}{ccc} K_I & K_D & K_P \\ K_I & K_D & \frac{K_P}{2} \\ K_I & K_D & 2K_P \end{array} \right\} \text{ variare } K_P, r = 40^\circ \quad (9)$$

$$\left. \begin{array}{ccc} K_I & K_D & K_P \\ K_I & \frac{K_D}{2} & K_P \\ K_I & 2K_D & K_P \end{array} \right\} \text{ variare } K_D, r = 40^\circ \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{ccc} K_I & K_D & K_P \\ \frac{K_I}{2} & K_D & K_P \\ 2K_I & K_D & K_P \end{array} \right\} \text{ variare } K_I, r = 40^\circ \quad (11)$$

4.3 Azioni correttive I, D e ID

Si proceda eliminando le azioni correttive I, D ed ID per un angolo di riferimento $r = 40^\circ$, in particolare:

$$\left. \begin{array}{ccc} K_I & K_D & K_P \\ 0 & K_D & K_P \\ K_I & 0 & K_P \\ 0 & 0 & K_P \end{array} \right\} \text{ per } r = 40^\circ \quad (12)$$

4.4 Variazione ampiezza ingresso

Si analizzino le prestazioni per piccoli e grandi ampiezze del gradino di ingresso utilizzando la configurazione standard PID:

$$\left. \begin{array}{l} r = 10^\circ \\ r = 30^\circ \\ r = 50^\circ \\ r = 90^\circ \\ r = 120^\circ \end{array} \right\} \text{ per } K_I, K_D, K_P \quad (13)$$

5 Ritaratura parametri PID

Si riprogetti il controllore PID variando manualmente i parametri direttamente sul motore reale per ottenere delle prestazioni migliori del controllore ottenuto dal modello nominale in Sezione 3. Il nuovo PID deve almeno soddisfare le specifiche di Sezione 2.

6 Limiti fisici delle prestazioni

Si provi a riprogettare il controllore PID tale che soddisfi le seguenti specifiche:

$$t_s \leq 0.05 [s] \quad (14)$$

$$S \leq 5\% \quad (15)$$

$$r = 100 [gradi] \quad (16)$$

Si verifichi che tali specifiche non possono essere garantite.

7 Variabilità tra motori (FACOLTATIVO)

Si confronti la prestazione del controllore PID precedentemente trovato nella Sezione 5 su tre motori (postazioni) diversi per $r = 50^\circ$.