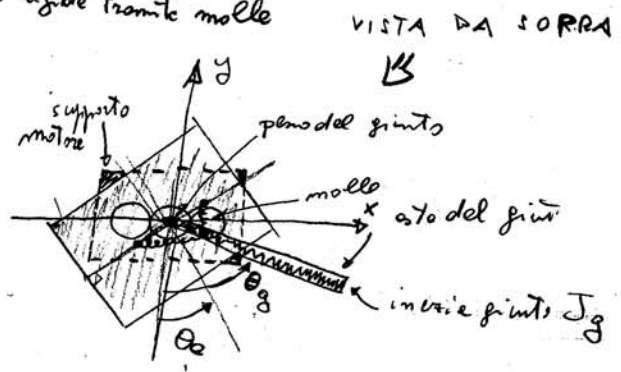
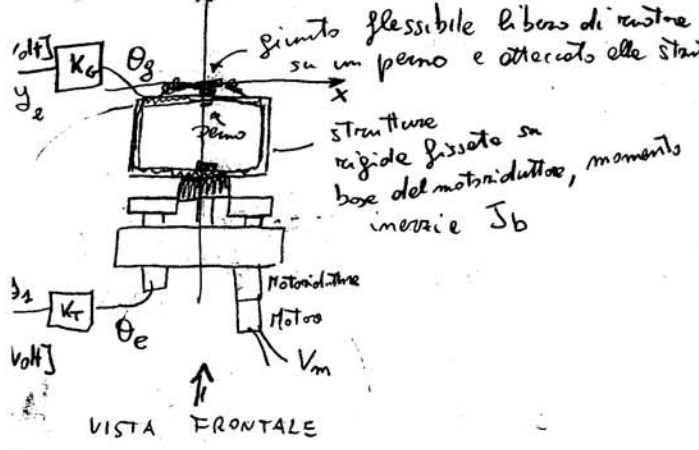
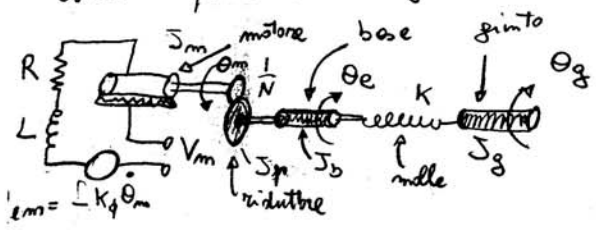


# GIUNTO FLESSIBILE MONTATO SU MOTORE CC.

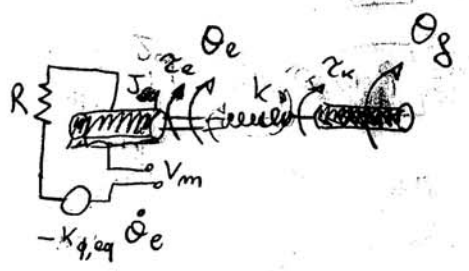


$\theta_e$  - angolo del conico rispetto a sistema di riferimento  $(x, y, z)$   
 $\theta_g$  - " " giunto rispetto a " " "  
 $y_1 = K_T \theta_e$  - uscita in [Volt] del potenziometro con coefficiente di trasduzione  $K_T$   
 $y_2 = K_G (\theta_g - \theta_e) = K_G \Delta \theta$  - uscita in [Volt] del potenziometro che misura la deflessione del giunto rispetto alla base che è rigidamente collegata al motore elettrico tramite un motore riduttore, con coefficiente  $K_G$

## Modello Equivalente del Giunto



ipotesi  
 $L=0$  e  
 no dissipazione  
 energie



- $K_{\phi, eq} = N K_{\phi}$  - costante elettrica equivalente
- $b_{ag} = b_m N^2 + b_e$  - coefficiente attrito equivalente
- $J_{ag} = N^2 J_m + J_r + J_b$  - momento di inerzie equivalente (motore, motore riduttore, base)
- $\tau_e$  - momento torcente impresso al conico dal motore
- $\tau_k$  - " " " dalle molle sul giunto
- $\tau_k^{reazion} = -\tau_k$  momento torcente di reazione sul motore dovuto alle molle
- $k$  - costante elastica delle molle
- $b_g$  - coefficiente di attrito del perno del giunto
- $b_k$  - " " " delle molle dovuto a dissipazione calore

Equazioni elettromeccaniche

$$\tau_e = \frac{K_{p,q}}{R} (V_m - K_{p,q} \dot{\theta}_e)$$

$$J_{aq} \ddot{\theta}_e = -b_{aq} \dot{\theta}_e + \tau_e - \tau_k$$

$$J_g \ddot{\theta}_g = -b_g \dot{\theta}_g + \tau_k + \tau_w$$

$$\tau_k = k(\theta_e - \theta_g)$$

$$K_{p,q} = N K_{\phi} = 14 \times 0.00767 = 0.1074 \text{ [V/grad]} \text{ [rad/sec]}$$

$$K_T = 1.63 \text{ [V/grad]}$$

$$K_G = 0.068 \text{ [V/grad]}$$

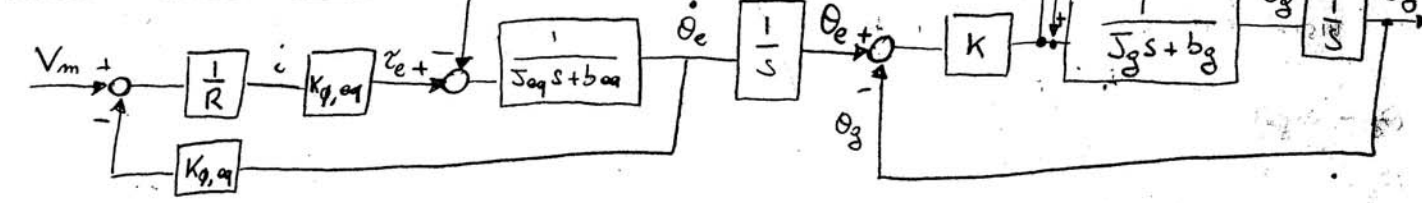
$$J_{aq} = 0.0021$$

$$J_g = 0.0021$$

$$b_{aq} = 0 \text{ (approx.)}$$

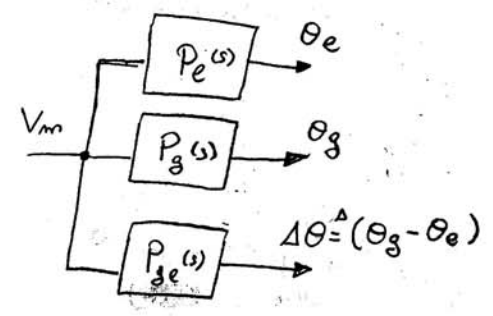
$K, b_g$  da trovare sperimentalmente  
 $(k \approx 2-5 \text{ [N.m/grad]}, b_g \approx 0.003-0.01 \text{ [N.m/grad/sec]})$

Schema e blocchi equivalenti



A) ANALISI IN FREQUENZA (elle Controlli Automatici)

Voglio trovare funzioni di trasferimento  $P_e(s), P_g(s), P_{ge}(s)$  definite come



Per ottenere funzioni di trasferimento basta fare trasformate di Laplace delle equazioni elettromeccaniche e risolvere per l'incognite desiderate.

Da ③+④ si ottiene

$$\textcircled{5} \theta_g(s) = \frac{k}{J_g s^2 + b_g s + k} \theta_e(s)$$

Da ⑤ si ottiene

$$\textcircled{6} \Delta\theta(s) = \theta_g(s) - \theta_e(s) = - \frac{s(J_g s + b_g)}{J_g s^2 + b_g s + k} \theta_e(s)$$

Sostituendo ④ e ⑤ in ② e poi:

$$\textcircled{7} \theta_e(s) \left( s^2 J_{aq} + (b_{aq} + \frac{K_{p,q}^2}{R}) s + k \right) = k \theta_g(s) + \frac{K_{p,q}}{R} V_m(s)$$

Sostituendo (5) in (7) e dopo le opportune semplificazioni si ottiene

$$\Theta_e(s) = \frac{k_{d,eq} (s^2 J_g + b_g s + k)}{R s [J_{eq} J_g s^3 + (J_{eq} b_g + J_g (b_{eq} + \frac{k_{d,eq}^2}{R})) s^2 + (k (J_{eq} + J_g) + b_g (b_{eq} + \frac{k_{d,eq}^2}{R})) s + (k (b_{eq} + \frac{k_{d,eq}^2}{R} + b_g))]} V_m(s)$$

$$\Theta_g(s) = \frac{K k_{d,eq}}{R s [J_{eq} J_g s^3 + \dots]} V_m(s)$$

stesso denominatore di  $\Theta_e(s)$

$$\Delta\Theta(s) = \frac{-K_{peg} (J_g s + b_g)}{R [J_{eq} J_g s^3 + \dots + k (b_{eq} + \frac{k_{d,eq}^2}{R} + b_g)]} V_m(s)$$

La funzione di trasferimento può essere scritta in termini di poli e zeri

$$P_e(s) = \frac{k_e (s^2 + 2\zeta_z \omega_z s + \omega_z^2)}{s(s+p)(s^2 + 2\zeta_p \omega_p s + \omega_p^2)}$$

$\left[ \frac{\text{rad}}{\text{Volt}} \right]$  Funzioni di trasferimento da Volt a radianti  
 2 zeri complessi coniugati  
 2 poli complessi coniugati  
 polo reale negativo  
 polo nello zero

$$P_g(s) = \frac{k k_e}{s(s+p)(s^2 + 2\zeta_p \omega_p s + \omega_p^2)}$$

← come  $P_e$  ma senza zeri

$$P_{ge}(s) = \frac{K_{ge} (s+z)}{(s+p)(s^2 + 2\zeta_p \omega_p s + \omega_p^2)}$$

← manca polo nell'origine e c'è uno zero reale negativo

Nei sistemi flessibili si ha sempre  $\omega_p > \omega_z$

Utilizzando dati numerici di pag -2- si trova

$$P_e(s) = \frac{19.7 (s^2 + 1.286s + 2014)}{s(s+1.70)(s^2 + 1.7s + 4028)} = \frac{19.7 (s + 0.643 \pm j 44.9)}{s(s+1.70)(s + 0.85 \pm j 63.5)} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{Volt}} \right]$$

$$\Rightarrow \omega_z = 44.9 \text{ [rad/s]} \quad \zeta_z = 0.0143$$

$$\omega_p = 63.5 \text{ [rad/sec]} \quad \zeta_p = 0.0134$$

Nota che  $\zeta_z$  e  $\zeta_p$  sono molto zeri complessi coniugati piccoli

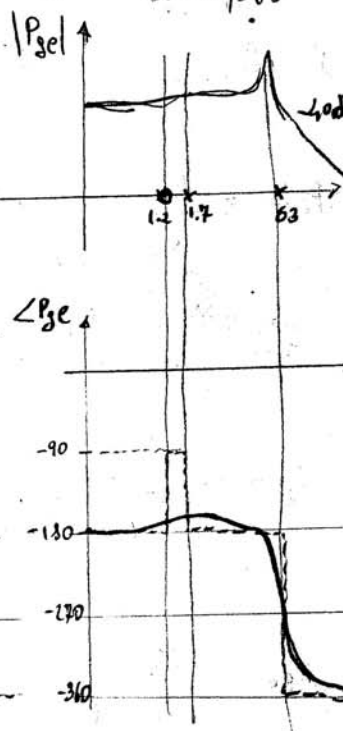
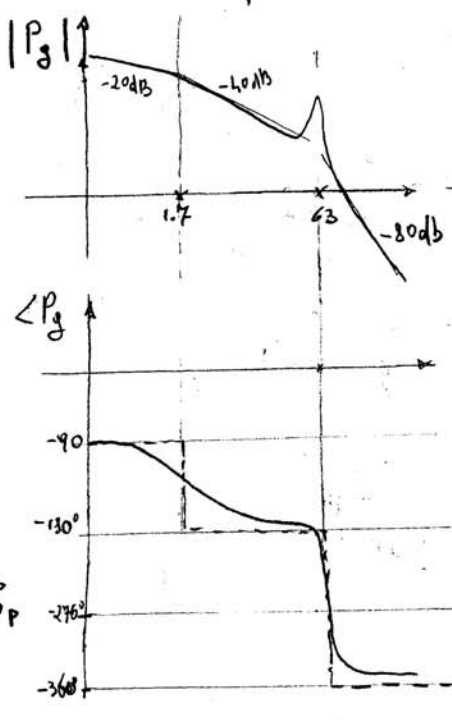
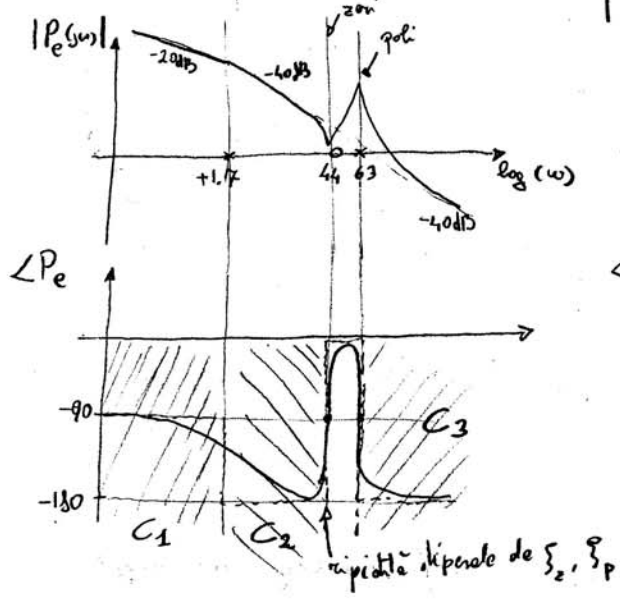
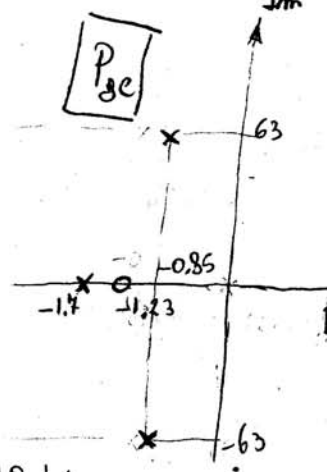
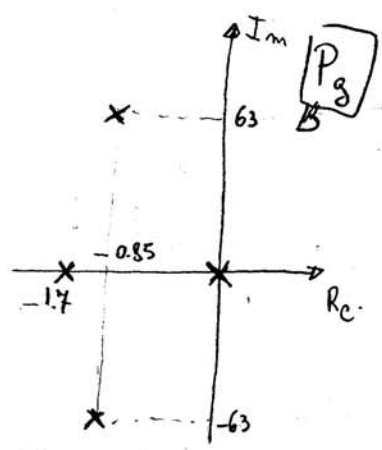
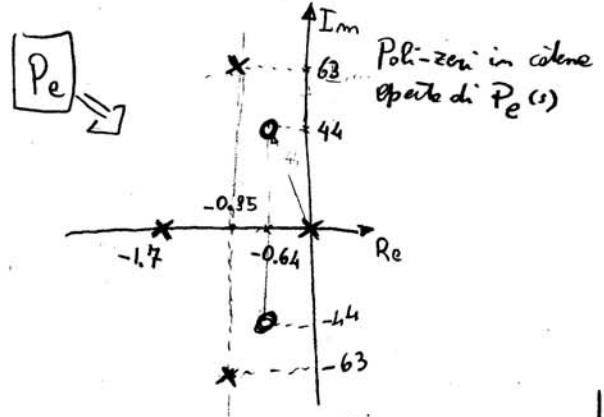
$$\Rightarrow \omega_z \approx \omega_z \sqrt{1 - \zeta_z^2} = \text{Im}[p_z]$$

$$\omega_p \approx \omega_p \sqrt{1 - \zeta_p^2} = \text{Im}[p_p]$$

$$P_g(s) = \frac{1.03 \cdot 3.96 \times 10^4}{s(s+1.7)(s^2+1.7s+4028)}$$

$$P_{ge}(s) = \frac{-19.8(s+1.286)}{s(s+1.7)(s^2+1.7s+4028)}$$

$$z = 1.286$$



- C<sub>1</sub> - regione 0 < ω < 1.7 rad/sec
- C<sub>2</sub> - regione 1.7 < ω < 44 rad/sec
- C<sub>3</sub> - regione ω > 63 rad/sec

**OSSERVAZIONI**

- ⊕ Nella regione C<sub>1</sub> un controllore proporzionale o PI può battere P<sub>ge</sub> se si vuole (di conseguenza B ≈ 4-8 ω<sub>c</sub> è dello stesso ordine di grandezza) sia per stabilizzare P<sub>e</sub>(s) che P<sub>g</sub>(s) con un buon margine di fase (Ricorda che PID può aggirare +90° di fase)
- ⊕ Nella regione C<sub>2</sub> un controllore PD o PID può battere se si vuole ω<sub>c</sub> ≥ 40 rad/sec (di conseguenza B ≈ 4-8 ω<sub>c</sub> è dello stesso ordine di grandezza) sia per stabilizzare P<sub>e</sub>(s) che P<sub>g</sub>(s) con un buon margine di fase

Indice di Test  
ω<sub>c</sub> ≥ 1.7

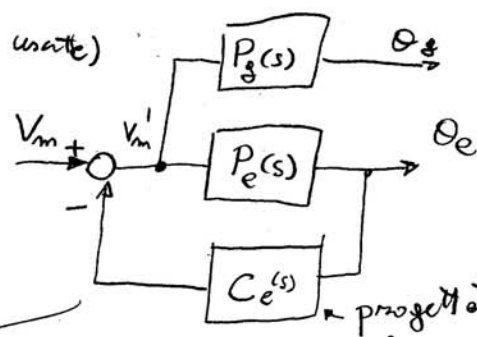
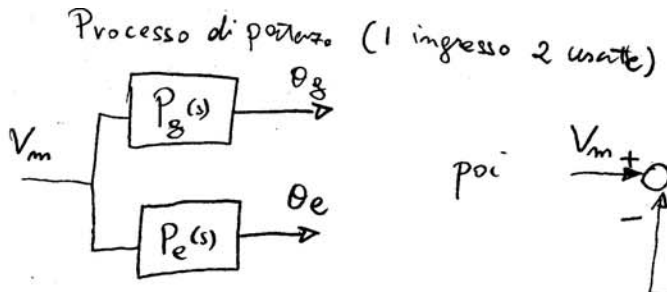
⊕ Nella regione  $C_3$  un PID non può stabilizzare  $P_g(s)$  poiché  $\angle P_g(\omega) \approx -360^\circ$  e PID può al massimo aggiungere  $+90^\circ \Rightarrow$   
 $PM = 180 - 360 + 90 \approx -90 \leftarrow$  INSTABILE

⊕ Nella regione  $C_3$  un PID può stabilizzare  $P_g(s)$ , ma la presenza di coppie poli/zeri vicini porta ad oscillazioni dovute o rumore esterno per frequenze  $\omega \approx 40-60 \text{ rad/sec}$ . È necessario utilizzare un Notch-Filter dopo il controllore PID per eliminare le oscillazioni indesiderate.

⊕  $P_e(s)$  è più facile da controllare di  $P_g(s)$  e quindi sembrerebbe ragionevole cercare di controllare l'angolo  $\theta_e$  piuttosto che  $\theta_g$  visto che è regime, secondo l'equazione (5)  $\theta_e = 0 \Rightarrow \theta_g = 0$ . Questo è vero solamente se non ci sono disturbi esterni sul giunto, per esempio se nell'equazione (3) aggiungiamo un termine  $\tau_w$  - momento torcente di disturbo, cioè  $J_g \ddot{\theta}_g = -b_g \dot{\theta}_g + \tau_k + \tau_w$ . In questo caso avremmo  $\theta_e \approx 0$  ma  $\theta_g \neq 0$ . In conclusione è meglio controllare  $P_e(s)$  se disturbi  $\tau_w$  sono trascurabili, altrimenti siamo costretti a controllare  $P_g(s)$  che però non ci permette di avere una banda in catena chiusa  $B \geq 63 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ .

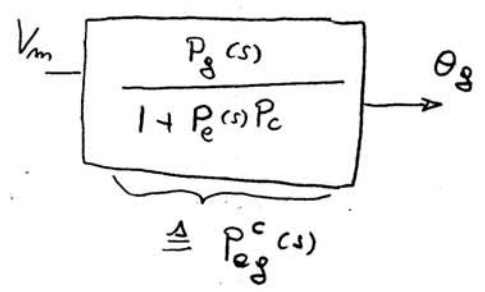
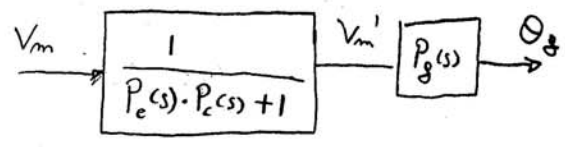
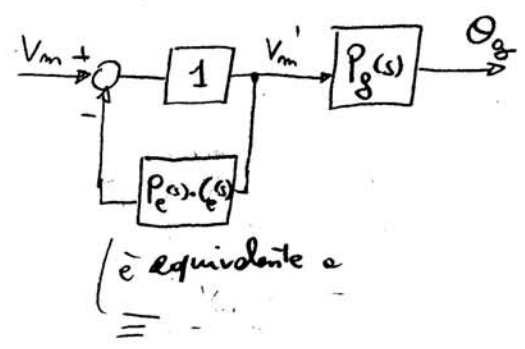
CONSIDERAZIONI SU PROGETTAZIONE

- 1) dato tempo di assestamento  $t_a$  e sovralonghezza desiderati  $\Rightarrow$  trovare frequenza di taglio  $\omega_c$  e margine di fase PM che deve avere il sistema in cat. chiusa
- 2) se  $\omega_c < 1.7 \text{ rad/s}$  utilizzare controllo PI su  $P_e(s)$ , cioè mettendo un sensore sull'angolo  $\theta_e$
- 3) se  $1.7 < \omega_c < 40 \text{ rad/sec}$  " " PID " " " " " " " " " " " "
- 4) se  $\omega_c > 40 \text{ rad/sec}$  e  $\tau_w$  disturbi esterni trascurabili  $\Rightarrow$  utilizzare PID su  $P_e(s)$ , cioè mettendo un sensore su  $\theta_e$  + aggiungere un Notch Filter a  $\omega_{NF} \approx 40-60 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$
- 5) se  $\omega_c > 40 \text{ rad/sec}$  e  $\tau_w$  non trascurabili è necessario utilizzare 2 sensori, uno su  $\theta_e$  ed uno su  $\theta_g$  (o su  $(\theta_g - \theta_e)$ ). Progettare controllore  $C_e(s)$  per stabilizzare  $P_e(s)$  con  $\omega_c$  desiderato. Chiudere controllo su  $C_e(s)$  e considerare il nuovo processo  $P_g^*(s)$  rispetto all'angolo  $\theta_g$  o (o  $\Delta\theta = \theta_g - \theta_e$ ). Progettare un ulteriore  $C_g(s)$  per ottenere  $\omega_c > 40 \text{ rad/sec}$  desiderato

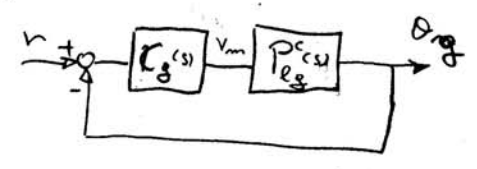


progettato in modo tale che  $P_e^c \triangleq \frac{P_e(s)}{1 + C_e(s)P_e(s)}$  sia stabile con banda  $B > 4-8\omega_c$  (PD va bene, non serve I)

è equivalente a



$$\theta_g = P_{eg}^c(s) V_m(s)$$



e questo punto progettare PID su  $P_{eg}^c(s)$  tale da avere  $\omega_c$  desiderate

Nota Non è stato considerato fino a questo punto la saturazione dell'ingresso  $u$ , che potrebbe limitare le massime bande  $B$  in cotone chiuse dovuto ad una potenza dell'attuatore limitato. La verifica può essere fatta solo in fase di simulazione osservando se  $u(t)$  setuza per i riferimenti  $r(t)$  desiderati.