Prima Esercitazione di Segnali e Sistemi

Prof. A. Chiuso

10 aprile 2017

Si scriva una breve relazione, corredata da grafici e listati delle funzioni Matlab utilizzate; la relazione va consegnata ENTRO 18 maggio 2016. Le esercitazioni consegnate dopo tale data NON AVRANNO alcuna validità nella valutazione finale.

Si accettano SOLO esercitazioni in forma cartacea e a nome singolo.

1. Si consideri il modello dinamico "Quarter-Car" in figura 1.

   È conveniente scrivere la funzione di trasferimento $P(s)$ utilizzando la "forma di stato" (che studierete nel corso di Teoria dei Sistemi, laurea Magistrale)

$$P(s) = H(sI - F)^{-1}G \tag{1}$$

   attraverso le matrici F, G, H definite da:

$$\begin{gathered} F = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\Phi \end{bmatrix} + F \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}\Psi \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ K_2 \end{bmatrix} \quad \Psi = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ M := \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \quad K := \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 \\ -K_1 & K_1 + K_2 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} B_1 & -B_1 \\ -B_1 & B_1 + B_2 \end{bmatrix} \end{gathered} \tag{2}$$

   Il modello in Matlab si ottiene utilizzando il comando `P = tf(ss(F,G,H,0))`, che restituisce anche la scrittura in forma "polinomiale" della funzione di trasferimento.

   Un modello fisicamente ragionevole si ottiene usando i parametri:

$$\begin{gathered} M_1 = 1600/4\ Kg \quad M_2 = 40\ Kg \quad K_1 = 17500\ N/m \quad K_2 = 2 \cdot 10^5\ N/m \\ B_1 = 2500\ Ns/m \quad B_2 = 0\ Ns/m. \end{gathered}$$

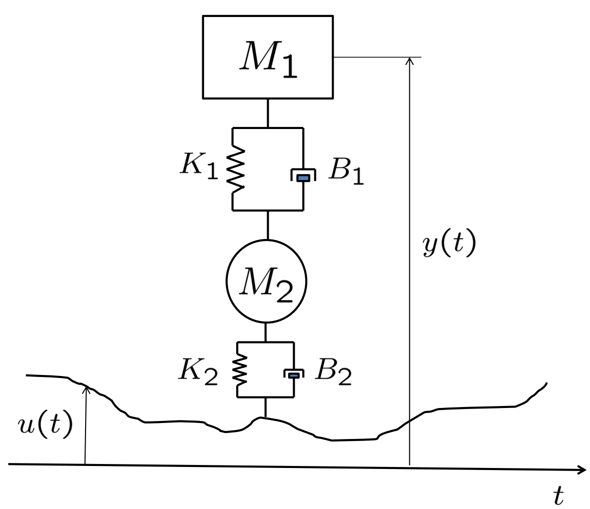

Figure 1: Modello Quarter Car.

Utilizzando la funzione `lsim` di Matlab si simuli la risposta forzata del sistema $y_k(t)$ ai segnali di ingresso $u_k(t) = cos(\omega_k t)\delta_{-1}(t)$; scegliendo opportunamente le pulsazioni ω_k, si utilizzi questa simulazione per tracciare (per punti) il diagramma di Bode dei moduli della risposta in frequenza del sistema in (1); si confronti il diagramma ottenuto con il calcolo esatto del modulo $|P(j\omega)|$

2. Si considerino i segnali periodici

$$v(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Pi\left(\frac{t-kT}{T_0}\right); \qquad v(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Lambda\left(\frac{t-kT}{T_0}\right);$$

si ponga $T = 4$ e $T_0 = 1$.

Utilizzando i risultati ottenuti a lezione sui coefficenti di Fourier, si calcolino le approssimazioni

$$\hat{v}_L(t) := \sum_{k=-L}^{L} v_k e^{j2\pi \frac{k}{T} t}, \quad L = 1, 5, 10.$$

Si riportino in un grafico i segnali "originali" e le loro versioni approssimate con $L = 1, 5, 10$. Si calcoli la potenza media del segnale di errore (e.g. $e_L(t) = v(t) - \hat{v}_L(t)$) per via numerica, cioè usando l'approssimazione

$$\int_0^T f(t)\, dt \simeq \sum_{i=0}^{N-1} f\,(i\Delta_x)\,\Delta_x \quad , \quad \Delta_x := \frac{T}{N}$$

per N "grande abbastanza".

3. Si simuli l'uscita $y(t)$ del sistema (1) sollecitato dall'ingresso $u(t) = v(t)\delta_{-1}(t)$ (è sufficiente farlo quando $v(t)$ è il segnale "triangolare" ripetuto periodicamente) a partire da condizioni iniziali nulle.

Si confronti (a regime, cioè per t "grande") l'uscita ottenuta con la sua approssimazione $\hat{y}_5(t)$:

$$\hat{y}_5(t) := \sum_{k=-5}^{5} y_k e^{j2\pi \frac{k}{T} t}$$

e si calcoli, numericamente, la potenza media dell'errore di approssimazione

$$\tilde{y}_5(t) := y(t) - \hat{y}_5(t)$$