

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

—
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

—
TESI DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'AUTOMAZIONE

METODI DI LOCALIZZAZIONE PER RETI DI SENSORI WIRELESS

RELATORE: CH.MO PROF.RUGGERO FREZZA

LAUREANDO:LUCA PAROLINI

ANNO ACCADEMICO 2005-2006

*A system that can be modeled is not the system itself
A model that can be made is not the absolute model
That which has no model is the origin of a system
That which has a model is the understanding of the system.*

ZHANG YING

Indice

| | |
|---|-----------|
| Sommario | IX |
| Introduzione | XI |
| 1 Attuali linee di ricerca | 1 |
| 1.1 Classificazione delle tecniche di localizzazione | 1 |
| 1.2 Il sistema di localizzazione Cricket | 2 |
| 1.3 Il progetto RADAR | 3 |
| 1.4 MoteTrack | 6 |
| 1.5 Sistema di localizzazione interferometrico | 10 |
| 1.6 Ulteriori tecniche di localizzazione | 12 |
| 1.6.1 Tecniche di localizzazione Bayesiane | 13 |
| 1.6.2 Metodi di localizzazione robusta per reti di sensori wireless . . . | 16 |
| 2 Impostazione del problema e Analisi dei dati sperimentali | 19 |
| 2.1 Propagazione del campo elettromagnetico | 21 |
| 2.1.1 Riflessione | 21 |
| 2.1.2 Diffrazione | 22 |
| 2.1.3 Scattering | 23 |
| 2.2 Nodi wireless utilizzati | 24 |
| 2.2.1 Generazione del valore di RSS ed LQI | 26 |
| 2.3 Analisi dei dati raccolti | 27 |
| 2.3.1 Considerazioni sul modello di campo | 28 |
| 2.4 Misure all'aperto | 32 |
| 2.5 Ambiente interno | 35 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3 | Algoritmi sviluppati | 39 |
| 3.1 | Proprietà dello stimatore della distanza | 39 |
| 3.1.1 | Accuratezza della stima all'aumentare del numero dei nodi | 42 |
| 3.2 | Tecnica di Autolocalizzazione | 44 |
| 3.2.1 | Simulazioni | 49 |
| 3.3 | Stima della posizione di un nodo mobile | 53 |
| 3.3.1 | Tecnica di localizzazione | 54 |
| 3.3.2 | Metodo ai minimi quadrati pesati | 55 |
| 3.3.3 | Simulazioni | 58 |
| 3.3.4 | Filtraggio delle stime con il filtro di Kalman | 63 |
| 4 | Risultati sperimentali ottenuti | 71 |
| 4.1 | Autolocalizzazione | 72 |
| 4.2 | Tracking | 75 |
| | Conclusioni | 79 |
| A | Distribuzioni di probabilità notevoli e disuguaglianza di Cramèr-Rao | 81 |
| A.1 | La variabile aleatoria Gamma | 81 |
| A.2 | La distribuzione lognormale | 83 |
| A.3 | Disuguaglianza di Cramer-Rao | 84 |
| B | Dimostrazioni | 87 |
| B.1 | Deduzione dello stimatore di massima verosimiglianza | 87 |
| B.2 | Non correttezza dello stimatore di massima verosimiglianza | 88 |
| B.3 | Minima varianza di uno stimatore corretto della distanza | 90 |
| B.4 | Varianza del rumore di misura per la stima della posizione di un nodo . | 90 |

Sommario

Nella tesi si affronta il problema dell'autolocalizzazione e della localizzazione dei nodi di una rete di sensori wireless, utilizzando solamente le informazioni derivanti dalle comunicazioni radio fra i nodi.

Il problema dell'autolocalizzazione affrontato nella tesi è nuovo in letteratura in quanto in questo caso sono note le possibili coordinate dei nodi wireless e ciò che si cerca quindi, è l'associazione nodo coordinata corretta. L'informazione a priori sulle possibili coordinate dei nodi ha consentito lo sviluppo di un algoritmo il cui scopo non è la ricerca della soluzione esatta, ma il riconoscimento del più alto numero di associazioni errate. Tale impostazione consente all'algoritmo di ritornare all'utente un insieme di soluzioni, in cui certamente è contenuta l'associazione corretta, anche nei casi in cui il problema dell'autolocalizzazione non sia risolubile.

Il problema della localizzazione di un nodo mobile, è stato risolto nella tesi con un algoritmo diverso da quello utilizzato per l'autolocalizzazione e basato sulla stima delle reciproche distanze fra il nodo mobile e i nodi fissi, detti anche nodi àncora. L'accuratezza ritornata da quest'ultimo algoritmo non sempre è elevata e ulteriori studi dovranno essere condotti a riguardo.

Introduzione

Il problema della localizzazione dei nodi di una rete di sensori wireless (WSN, Wireless Sensor Network) è un problema nato a seguito dell'utilizzo su vasta di tali reti ed è attualmente studiato da moltissimi ricercatori. Le reti di sensori wireless possono infatti essere utilizzate per il controllo e il monitoraggio sia di ambienti piccoli come le abitazioni, sia di territori vasti come ad esempio i boschi e in entrambi i casi, per poter analizzare correttamente i dati ambientali rilevati dalla rete, è necessario conoscere dove siano stati posizionati i diversi nodi. Si deve notare inoltre che il sistema di posizionamento globale esistente: GPS (General Positioning System), estensivamente utilizzato sia in ambito civile che militare, è in grado di operare solamente in zone in cui vi sia una buona visibilità del cielo e, anche dotando tutti i nodi di una WSN con un sistema GPS, il costo dei singoli nodi raggiungerebbe cifre irragionevoli.

Per un'approfondimento in merito alle possibili applicazioni delle reti di sensori wireless si veda [7], mentre per una tassonomia sulle attuali reti di sensori si veda [9]. In figura 1 si sono riportati alcuni esempi di nodi wireless attualmente in produzione e si osservi che il primo nodo a sinistra è delle dimensioni di 5 €cent.

L'idea che muove lo sviluppo industriale nel settore delle WSN è quella di ottenere degli strumenti di analisi ambientale molto robusti, di costo ridotto e facilmente collocabili anche in zone inaccessibili direttamente. Si pensi ad esempio al rilevamento delle condizioni climatiche di un vasto territorio: tale compito potrebbe essere svolto facilmente lasciando cadere i sensori da un elicottero sorvolante la zona, senza richiedere un posizionamento manuale da terra dei singoli nodi, con un notevole risparmio di tempo e costi.

Accanto al problema della localizzazione dei nodi di una rete wireless, un altro campo di studio molto attivo riguarda la minimizzazione del consumo energetico dei nodi. In particolare si noti che, attualmente, la maggior parte del consumo energetico di un nodo wireless è dovuto proprio alle comunicazioni radio che quindi rappresentano sia



Figura 1: Esempi di nodi wireless, da sinistra: TUTWSN node (Tamper University of Technology WSN), Tmote-Sky e Mica2

il punto di forza, sia il punto debole della tecnologia wireless. Alcune possibili soluzioni a questo problema possono essere trovate in [1], [15], [33].

Un progetto estremamente innovativo e che riguarda indirettamente le reti di sensori wireless, è il progetto Oxygen (www.oxygen.lcs.mit.edu) del MIT (Massachusetts Institute of Technology). Il progetto Oxygen si pone come obiettivo quello di modificare l'attuale modo di comunicare con le macchine orientando la comunicazione macchina-uomo verso l'uomo ed eliminando così le interfacce quali tastiere, monitor o mouse che limitano le capacità espressive dell'uomo, ma che per ora devono essere utilizzate per comunicare con esse.

Per raggiungere tale obiettivo il progetto Oxygen affronta a diversi livelli il problema della computazione e in particolare, esso evidenzia che la computazione deve essere:

pervasiva: essa deve essere ovunque e dare in ogni luogo accesso alle medesime informazioni;

incorporata: essa non deve richiedere spazi o ambienti dedicati, ma essere visibile solo quando necessario;

nomadica: essa deve consentire alle persone di muoversi liberamente senza la necessità di portarsi appresso apparecchiature particolari;

adattabile: essa deve essere in grado di adattarsi ai cambiamenti e alle richieste dell'utente;

altamente efficiente: essa deve risentire in maniera minima o nulla dei vincoli imposti dal proprio hardware;

intenzionale: essa deve consentire all'utente di indicare i servizi richiesti attraverso nomi legati al loro scopo e non attraverso degli indirizzi astratti;

eterna: essa infine non deve mai richiedere riavvii delle macchine a causa di errori interni o aggiornamenti.

Per quanto il progetto Oxygen richieda ulteriore impegno di ricerca per sviluppare completamente i punti prima indicati, esistono problematiche che richiedono tecniche di localizzazione indoor che possono essere già risolte efficacemente con l'hardware ed il software presente nel mercato. Un esempio tipico di queste problematiche è relativo all'ambito ospedaliero. Collegando alcuni nodi mobili attualmente esistenti, come riportato in figura 2, ai sensori medicali dei pazienti, sarebbe possibile, per il medico curante, controllare costantemente lo stato dei propri pazienti lasciando loro la libertà di muoversi liberamente all'interno della struttura ospedaliera e, implementando anche tecniche di localizzazione, rintracciare immediatamente il paziente nel caso di necessità. Approfondimenti in merito a questo problema si possono trovare in [20] o [39].

Nella tesi è dunque affrontato il problema della localizzazione e dell'autolocalizzazione dei nodi di una rete wireless. Il problema dell'autolocalizzazione affrontato si presenta come un problema nuovo in letteratura in quanto si suppongono note le possibili coordinate in cui sono stati posti i nodi e quindi, esso può essere impostato come un problema di associazione nodo coordinata. Il problema della localizzazione di un nodo mobile, problema che invece è già stato affrontato in letteratura, è risolto attraverso una stima delle reciproche distanze fra il nodo mobile e i nodi ancora.

La tesi è così suddivisa: nel capitolo 1 sono presentati alcuni algoritmi di localizzazione presenti in letteratura e sono evidenziati per ciascuno i punti di forza e dove

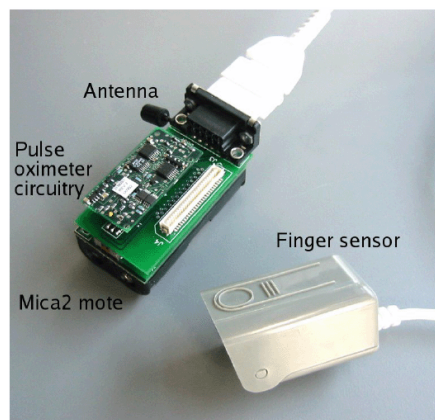


Figura 2: Esempio di collegamento fra un ossimetro ed un nodo wireless.

invece essi invece falliscano. Il capitolo 2 chiarisce il problema esposto nella tesi ed espone i problemi legati alla localizzazione in ambiente indoor, illustrando inoltre i risultati derivanti dalle misure condotte. Il capitolo 3 espone gli algoritmi di localizzazione sviluppati e presenta i risultati derivanti da alcune simulazioni. Il capitolo 4 infine, espone i risultati ottenuti nelle prove pratiche svolte in laboratorio.

Il progetto sviluppato nella tesi è stato svolto in collaborazione con altri tre ricercatori dell'università di Padova: Stefano Dazzo, Riccardo Sala e Vincenzo Vettorelli, a cui va un sincero ringraziamento dell'autore per l'impegno profuso nel progetto.

Capitolo 1

Attuali linee di ricerca

In questo capitolo sono presentati alcuni progetti di localizzazione presenti in letteratura. Le tecniche sviluppate negli ultimi anni, a seguito dell'intensa attività di ricerca, sono innumerevoli e di esse si è potuto riportare solo una piccola parte. Si è scelto in particolare di descrivere solo le tecniche che più delle altre si sono distinte per un approccio originale al problema della localizzazione, o che sono in grado di risolvere il problema della localizzazione con un elevato grado di accuratezza.

1.1 Classificazione delle tecniche di localizzazione

E' possibile classificare le tecniche di localizzazione in diversi modi, come ad esempio in base alla grandezza fisica utilizzata: onde radio, impulsi sonori, infrarossi, o in base a come è analizzata tale grandezza fisica: misura del tempo di volo, misura dell'angolo di arrivo, misura della potenza del segnale ricevuto. Le tecniche di localizzazione possono inoltre essere suddivise in base alle informazioni a priori sfruttate per la localizzazione dei nodi, come ad esempio l'utilizzo o meno di nodi àncora, nodi di cui è nota la posizione e che sono utilizzati dalla rete per determinare la posizione dei rimanenti nodi. Le tecniche di localizzazione possono inoltre essere differenziate in base alle ipotesi poste a priori sulla propagazione nel mezzo della grandezza fisica utilizzata, nel caso di onde elettromagnetiche ad esempio, si può supporre un decadimento secondo una legge quadratica della potenza in funzione della distanza, oppure si può apprendere il modello che meglio descrive la propagazione del campo direttamente dalle misure svolte. Un'ulteriore classificazione può infine essere svolta in base al tipo di algoritmo utilizzato: decentralizzato o centralizzato. Nel primo caso vi sarà quindi un unico nodo

centrale che elabora i dati che giungono dall'intera rete, mentre nel secondo caso la computazione sarà distribuita fra i nodi della rete.

1.2 Il sistema di localizzazione Cricket

Il sistema di localizzazione Cricket, esposto in [27, 2], è uno dei progetti nati attorno al progetto Oxygen del MIT. Scopo del progetto era la realizzazione un sistema di localizzazione completo in grado quindi di rispondere alle richieste di privacy da parte dell'utente, di mantenere un basso costo di produzione dei nodi e di ottenere un elevato grado di robustezza in funzione dello spegnimento accidentale di alcuni nodi ancora. Il progetto è riuscito a rispettare tali richieste, producendo nodi il cui costo stimato è inferiore a dieci dollari inoltre, l'algoritmo utilizzato per la localizzazione è decentralizzato e quindi, lo spegnimento di uno o più nodi ancora non comporta forti peggioramenti sulle prestazioni dell'intero sistema.

In figura 1.1 sono riportati i nodi mobili e i nodi ancora sviluppati nel progetto Cricket, mentre in figura 1.2 è riportato un nodo recentemente sviluppato nel progetto.

Per localizzare un nodo mobile T il sistema misura la differenza fra il tempo di volo del segnale elettromagnetico ed il segnale ultrasonico prodotto dal nodo mobile. La precisione ottenuta con questa tecnica di localizzazione è ragguardevole, in quanto compresa nell'ordine del centimetro.

Confrontando questa tecnica con quelle che verranno esposte in seguito, si nota che il sistema di localizzazione Cricket non richiede alcuna stima di parametri a priori e

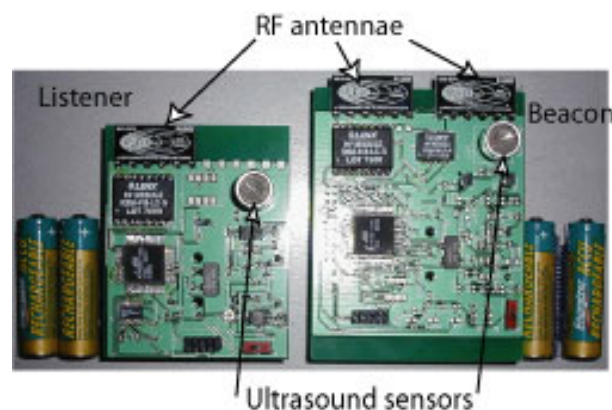


Figura 1.1: Nodi sviluppati per il progetto Cricket. A sinistra il nodo mobile, a destra il nodo ancora.

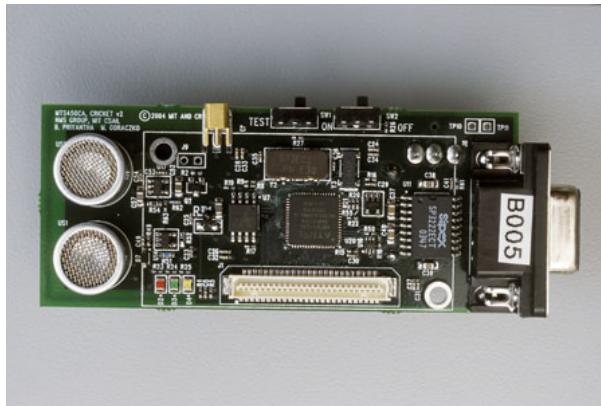


Figura 1.2: Esempio di nodo sviluppato recentemente nel progetto Cricket.

quindi, una volta posizionati i nodi ancora e inserita in ognuno di questi la propria coordinata, il sistema è pronto per eseguire la localizzazione dei nodi mobili. Tale risultato, estremamente importante da un punto di vista applicativo è stato raggiunto solamente grazie all'uso combinato di segnali radio ed impulsi sonori. E' però d'obbligo precisare che una tale soluzione è, ad oggi, poco utilizzata. Si è verificato infatti che i componenti preposti alla generazione degli impulsi ultrasonici sono molto sensibili alle vibrazioni meccaniche e che quindi, l'inserimento di tali attuatori nei nodi mobili soggetti a spostamenti e a continue vibrazioni meccaniche, causa la rottura degli stessi con la conseguente inutilizzabilità del nodo mobile.

1.3 Il progetto RADAR

RADAR [29, 30] è uno dei primi progetti tesi a realizzare un sistema di localizzazione indoor senza l'ausilio di sensori dedicati. Diversamente dai progetti successivi RADAR non utilizza hardware a basso costo come i nodi di una rete di sensori wireless, ma esso si concentra sulla localizzazione di schede WiFi utilizzando come nodi ancora i punti d'accesso alla rete, detti anche AP (Access Point). Le potenze ed il tipo di trasmissione radio utilizzate in questo progetto sono quindi significativamente diverse da quelle studiate per i nodi di una rete wireless e perciò il confronto dei risultati ottenuti non è immediato.

Le grandezze fisiche misurate nel progetto inizialmente erano due: la potenza del segnale elettromagnetico ricevuto, RSS (Received Signal Strength), ed il rapporto segnale rumore, SNR (Signal to Noise Ratio). Dai primi dati sperimentali apparve però chiaro

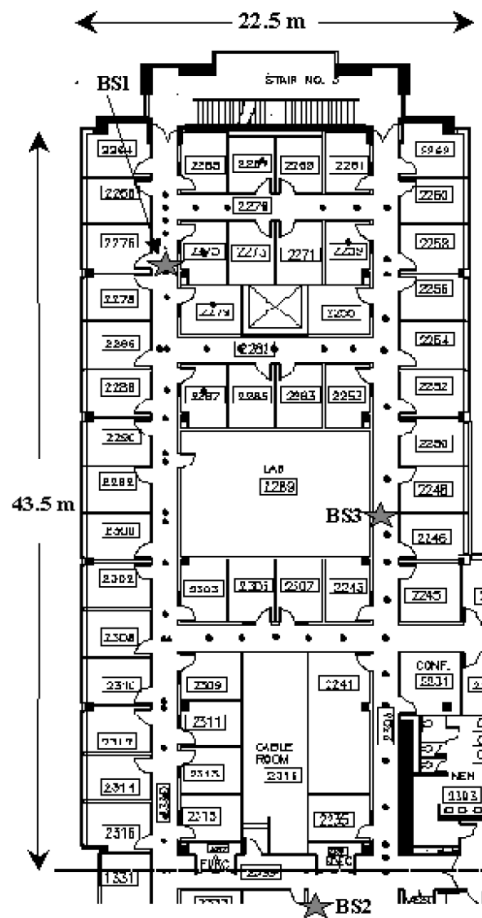


Figura 1.3: Posizionamento dei nodi àncora e dimensione della superficie controllata. In figura gli Access Point sono indicati con la sigla BS

che solamente la misura relativa alla potenza del segnale ricevuto conteneva informazioni utili per la localizzazione di un nodo mobile e fu rilevato anche, che tale valore dipendeva non solo dalla distanza fra il nodo mobile T ed il nodo àncora, ma anche dal differente orientamento delle due antenne.

In figura 1.3 è riportata l'area in cui si sono svolte le prove del progetto, mentre in figura 1.4 è riportato il valore di RSS rilevato dal nodo mobile T in funzione della distanza dai nodi àncora.

Il progetto ha voluto porre a confronto due algoritmi di localizzazione, entrambi di tipo centralizzato. Il primo algoritmo, in maniera simile a quanto verrà svolto col progetto MoteTrack dell'università di Harvard, non utilizza modelli di propagazione del campo elettromagnetico per stimare la posizione di un nodo mobile T , ma sfrutta una

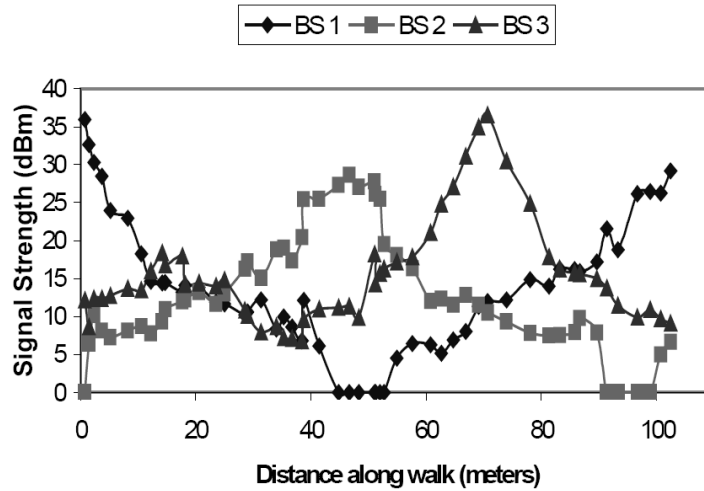


Figura 1.4: Valori del RSS (Received Signal Strength) lungo i corridoi dell'area sottoposta a controllo.

mappa, rilevata sperimentalmente, che lega il valore misurato di RSS, relativo al segnale generato da ogni nodo àncora, ad una particolare posizione spaziale. La precisione della localizzazione è dunque maggiore all'aumentare del numero di rilevazioni svolte a priori.

Il secondo algoritmo prevede invece l'utilizzo del modello riportato nell'equazione (1.1) il quale lega il valore della potenza del campo elettromagnetico ricevuto, nella formula indicato come $P(d)$, alla distanza d e al numero di muri C compresi fra un nodo mobile ed uno àncora:

$$P(d) = P(d_0) - 10n_p \log\left(\frac{d}{d_0}\right) - C \cdot WAF \quad (1.1)$$

nella formula $P(d_0)$ rappresenta il valore della potenza del segnale elettromagnetico che il nodo rileva ad una distanza d_0 dal nodo àncora che genera il segnale elettromagnetico. Tale modello prevede inoltre la stima sul campo di due parametri: n_p e WAF . Il primo rappresenta il fattore secondo cui decresce la potenza del segnale elettromagnetico all'aumentare della distanza, mentre il secondo tiene conto dell'attenuazione di potenza del campo elettromagnetico causata dal passaggio delle onde attraverso i muri (Wall Attenuation Factor). Si osservi dunque che il modello suppone la conoscenza del numero di muri C interposti fra il nodo mobile ed il nodo àncora.

Le prove sperimentali svolte nel progetto hanno dimostrato la validità del modello (1.1) e in figura 1.5, è confrontato il valore di RSS predetto utilizzando tale modello

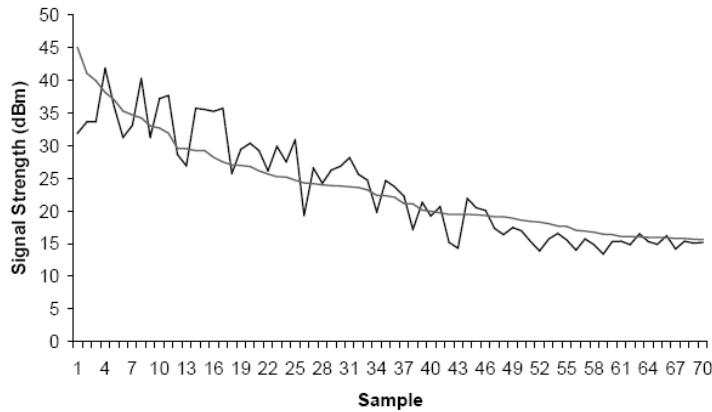


Figura 1.5: Valori del RSS (Received Signal Strength), in figura indicato come Signal Strength, predetto e misurato al variare della distanza.

col valore misurato, una volta compensato quest'ultimo per l'effetto di attenuazione dei muri.

I test sull'affidabilità del sistema, svolti nell'area di figura 1.3 in cui sono evidenziati i tre nodi ancora AP utilizzati, hanno indicato un errore di localizzazione di 2.94[m] al cinquantesimo percentile nel caso si utilizzi la mappa relativa al primo algoritmo proposto e, un errore di 4,3[m], sempre al cinquantesimo percentile, relativamente alla soluzione utilizzando il modello di equazione (1.1).

1.4 MoteTrack

MoteTrack [22, 21] è un progetto dell'università di Harvard, sviluppato da Konrad Lorincz e Matt Welsh (konrad@eecs.harvard.edu, mdw@eecs.harvard.edu). MoteTrack è un sistema di localizzazione decentralizzato, basato sulla misura della potenza del segnale elettromagnetico prodotto da alcuni nodi ancora. Per determinare la posizione di un nodo mobile T il sistema utilizza una mappa, creata attraverso la raccolta di misure svolte a priori sul campo, che associa ogni punto del piano al valore di potenza del campo elettromagnetico che un nodo mobile rilevarebbe in quella coordinata. MoteTrack non utilizza quindi alcun tipo di modello che legghi la potenza del segnale ricevuto (RSS, Received Signal Strength) ad un qualche valore di distanza.

L'insieme dei valori di RSS rilevati da un nodo mobile, unitamente all'identificativo (ID) del nodo ancora che ha generato il campo elettromagnetico a cui si riferiscono i dati, è detta signature. L'insieme di una signature e delle coordinate spaziali in cui essa

è stata raccolta è detto invece reference signature. L'insieme delle reference signature raccolte sono memorizzate fra i nodi della rete in modo da minimizzare l'occupazione di memoria per il singolo nodo e contemporaneamente massimizzare la ridondanza dei dati.

Durante la fase di localizzazione, un nodo mobile M , dopo aver raccolto una propria signature, utilizza le reference signature memorizzate nei nodi ancora da esso rilevabili per stimare la propria posizione. La posizione del nodo è dunque determinata attraverso una media pesata delle distanze dalle coordinate contenute nelle reference signature utilizzate e, i pesi utilizzati nella media, sono proporzionali alle distanze fra la signature rilevata dal nodo M e quelle contenute nelle reference signature.

La tecnica di localizzazione del progetto MoteTrack suppone dunque che due signature siano tanto più simili fra loro quanto più vicine sono le coordinate in cui queste sono state raccolte. In figura 1.6 è riportato un esempio di raccolta di una signature da parte di un nodo mobile M e l'invio di alcune reference signature da parte dei nodi ancora, mentre nell'esempio 1.4.1 è riportato una possibile stima delle distanze fra il nodo mobile M ed alcuni nodi ancora.

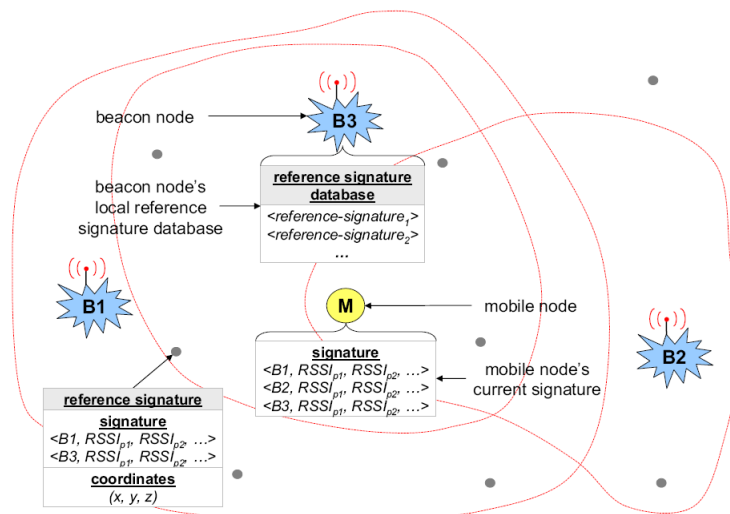


Figura 1.6: Esempio di raccolta di signature di un nodo mobile M . In figura i nodi ancora sono indicati come nodi beacon.

Esempio 1.4.1

Si supponga che il nodo M rilevi tre nodi àncora e che abbia raccolto una signature del tipo:

$$RRS_1 = 20; \quad RRS_2 = 14; \quad RSS_3 = 30$$

Si supponga inoltre che le reference signature trasmesse dai nodi àncora siano:

$$\begin{cases} (0, 0) & \leftrightarrow & RSS_1 = 25 & RSS_2 = 12 & RSS_3 = 22 \\ (10, 10) & \leftrightarrow & RSS_1 = 10 & RSS_2 = 14 & RSS_3 = 25 \\ (10, 0) & \leftrightarrow & RSS_1 = 16 & RSS_2 = 15 & RSS_3 = 20 \end{cases}$$

Le distanze delle signature s_i rilevate dal nodo M sono quindi date da:

$$\begin{cases} s_1 : & |20 - 25| + |14 - 12| + |30 - 22| = 15 \\ s_2 : & |20 - 10| + |14 - 14| + |30 - 25| = 15 \\ s_3 : & |20 - 16| + |14 - 15| + |30 - 20| = 15 \end{cases}$$

In questo caso quindi, il nodo M viene ad essere posizionato nel baricentro delle coordinate indicate dalle reference signature e quindi:

$$x_M = 6.67[\text{m}]$$

$$y_M = 3.3[\text{m}]$$

□

Lo scopo per cui è nato il progetto MoteTrack era la realizzazione di un sistema di localizzazione robusto, dove col termine robusto si è inteso un sistema in grado di subire un minimo peggioramento nelle prestazioni della localizzazione sia nel caso di spegnimento accidentali di molti nodi àncora, sia nel caso di variazioni nella propagazione del campo elettromagnetico.

Per realizzare tale scopo il progetto ha dovuto adottare le seguenti soluzioni:

- algoritmo di localizzazione decentralizzato, per evitare che la perdita del nodo centrale potesse compromettere l'intero sistema di localizzazione;
- registrazione delle signature nei nodi àncora secondo un algoritmo in grado di minimizzare sia la perdita di dati nel caso di spegnimento di alcuni nodi àncora, sia la quantità di memoria utilizzata nei singoli nodi;

- una tecnica per compensare la variazione delle signature a causa delle variazioni nella propagazione del campo elettromagnetico le quali, si vedrà nel capitolo 2, sono provocate da moltissimi fattori, come da esempio, lo spostamento di persone od oggetti all'interno dell'ambiente o anche il semplice movimento di porte o finestre.

Con questi accorgimenti il progetto è riuscito a ottenere un errore di localizzazione di 3[m] all'ottantesimo percentile mantenendo tutti i nodi ancora operativi ed un lieve incremento dell'errore di localizzazione al diminuire del numero di nodi ancora utilizzati. In figura 1.7 è riportata la diminuzione dell'errore di localizzazione all'aumentare del numero di signature utilizzate. Si osservi come oltre le 75 signature, non vi siano ulteriori significative riduzioni dell'errore di localizzazione.

Nonostante il progetto MoteTrack sia uno fra i pochi sistemi di localizzazione che utilizzi la sola informazione data dalla potenza del segnale elettromagnetico che sia considerato affidabile e robusto, è necessario osservare che esso richiede una lunga fase di set-up per la raccolta delle reference signature le quali, a causa dei fenomeni che saranno introdotti nella sezione 2.1, subiscono grandi variazioni non appena l'ambiente viene modificato anche in misura ridotta.

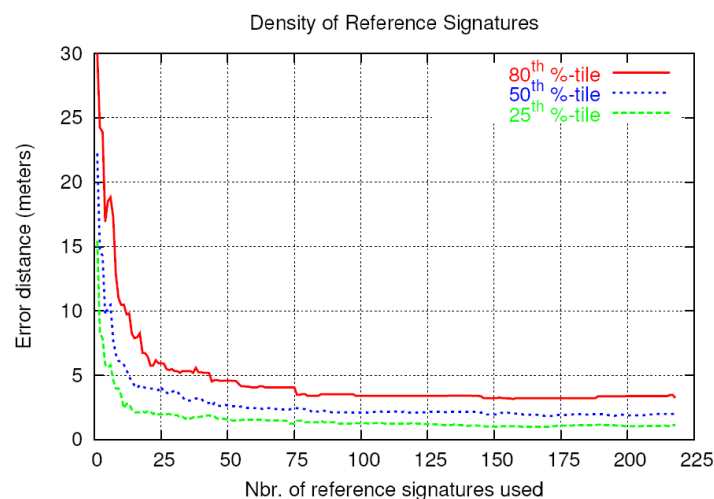


Figura 1.7: Variazione dell'errore di localizzazione al variare del numero signature utilizzate.

1.5 Sistema di localizzazione interferometrico

Una soluzione originale relativa alla localizzazione in ambienti privi di ostacoli e basata su hardware a basso costo, è quella proposta dai ricercatori dell'università di Vanderbilt RIPS (Radio Interferometric Positioning System), [25]. Il sistema utilizza come grandezza fisica per la localizzazione la fase di un segnale elettromagnetico che si genera dall'interferenza di due segnali sinusoidali emessi da alcuni nodi ancora. Grazie a questa soluzione i nodi, anche se disposti su aree vaste come un campo da calcio, riescono ad autolocalizzarsi con un errore medio inferiore a 3[cm].

L'idea alla base del progetto è relativamente semplice, è noto infatti che le tecniche di localizzazione basate sulla misura del ritardo di fase del segnale ricevuto sono in grado di ottenere errori di localizzazione estremamente ridotti come nel caso del sistema GPS. L'idea dei ricercatori della Vanderbilt è stata dunque di utilizzare il fenomeno del battimento di due segnali sinusoidali ad alta frequenza per ottenere un segnale d'interferenza a bassa frequenza di cui fosse possibile misurare la fase anche con l'hardware a basso costo presente nei nodi. La localizzazione dei nodi della rete avviene quindi, come illustrato in figura 1.8, attraverso il confronto delle fasi misurate dai singoli nodi.

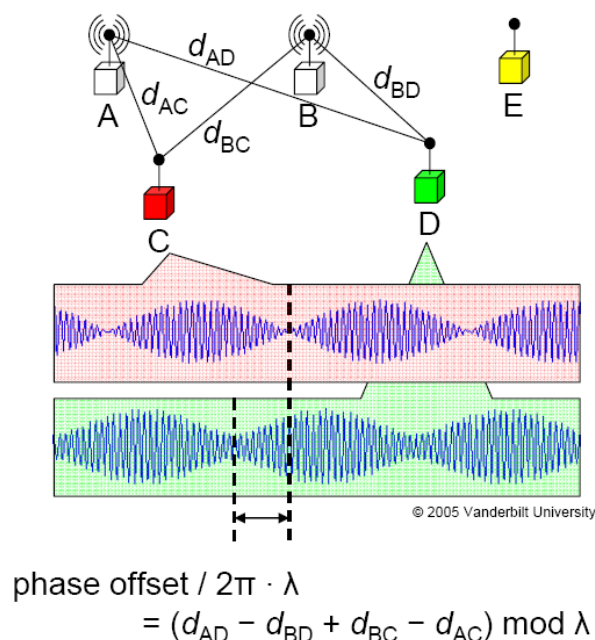


Figura 1.8: Principio di funzionamento del sistema di localizzazione interferometrico.

Il fenomeno del battimento, attraverso cui è generata un'onda a bassa frequenza, partendo dall'interferenza di due sinusoidi ad alta frequenza, è illustrato nell'esempio 1.5.1.

Esempio 1.5.1

Con riferimento alla figura 1.8 si supponga che il nodo àncora A generi una portante cosinusoidale alla frequenza f_a di 2450[Hz] con fase $\frac{\pi}{8}$ e che il nodo àncora B generi una cosinusoidale alla frequenza f_b di 2450 + 102[Hz] con fase $\frac{\pi}{4}$. Indicato allora con $s_a(t)$ la cosinusoidale generata da A , con $s_b(t)$ la cosinusoidale generata da B e con Δ_f la differenza di frequenza delle portanti, si ha:

$$\begin{aligned}
 s_c(t) &= s_a(t) + s_b(t) = \cos(2\pi t f_a + \phi_a) + \cos(2\pi t f_b + \phi_b) \\
 &= 2 \cos\left(2\pi \frac{f_a + f_b}{2} t + \frac{\phi_a + \phi_b}{2}\right) \cos\left(2\pi \frac{f_a - f_b}{2} t + \frac{\phi_a - \phi_b}{2}\right) \\
 &= \cos(2\pi t f_h + \phi_h) \cdot \cos(2\pi t f_l + \phi_l) = s_h(t) \cdot s_l(t) \\
 &= \cos\left(2\pi 2501 t + \frac{3\pi}{16}\right) \cdot \cos\left(51 t + \frac{\pi}{16}\right)
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

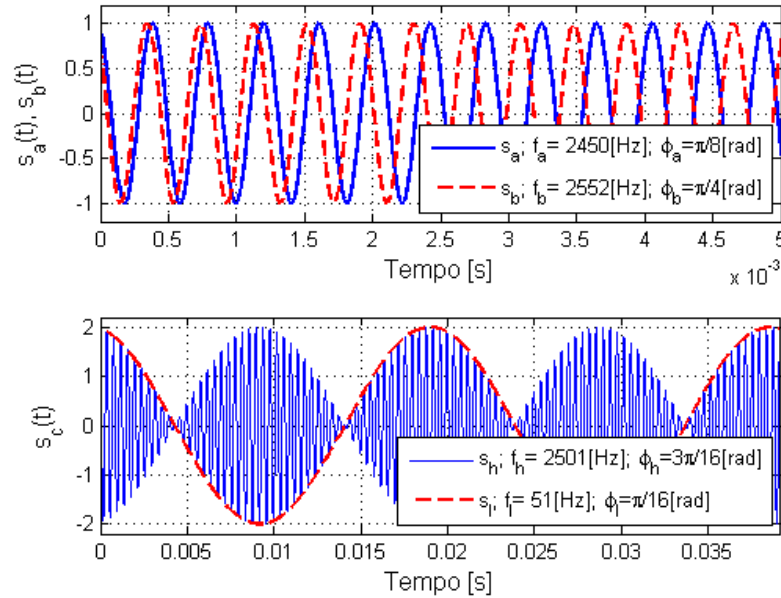


Figura 1.9: Esempio di battimento di due cosinusoidi.

Dalle formule si osserva anche che è possibile descrivere la somma dei segnali s_a ed s_b , come il prodotto di due cosinusoidi s_h e s_l opportunamente sfasate e tali per cui, una cosinusoide ha frequenza data dalla metà della differenza delle frequenze dei segnali originali: $\frac{f_a - f_b}{2}$ e l'altra, ha frequenza pari alla media delle frequenze dei segnali originali: $\frac{f_a + f_b}{2}$. Tutto si ripete similmente nel caso di portanti sinusoidali.

Nel caso in cui le frequenze siano molto elevate e poco distanti fra loro, ciò che si genera è un segnale oscillante alla stessa frequenza dei due originali, ma modulato in ampiezza con frequenza avente valore metà delle frequenze originali e quindi molto lento.

In figura 1.9 sono riportati i diagrammi temporali dei segnali dell'esempio.

□

La generazione dei segnali portanti utilizzati nel progetto a frequenze leggermente differenti fra di loro: 300[Hz], è possibile grazie a particolari modalità diagnostiche previste nei chip radio utilizzati nel progetto: MICA [6].

L'accuratezza della localizzazione ottenuta con questa tecnica è certamente notevole, si deve però prestare attenzione al fatto che il posizionamento interferometrico basa i propri calcoli sull'ipotesi che esistano solo due segnali portanti che interferiscono fra loro. In ambienti chiusi invece, a causa delle riflessioni, come si vedrà nella sezione 2.1, i segnali che interferiscono fra loro sono molti più di due inoltre. Un ulteriore problema relativo a questa tecnica di localizzazione riguarda infine la misura del ritardo di fase del segnale in bassa frequenza. La precisione di tale misura dipende infatti dal grado di sincronizzazione mantenuto fra i nodi e, nell'articolo [25] è spiegato che per ottenere errori di localizzazione medi nell'ordine del centimetro, è necessario un errore di sincronizzazione inferiore al microsecondo, valore molto piccolo in particolare per una rete connessa in multi-hop.

Anche se il progetto attualmente è applicabile solamente in spazi aperti, dove sostanzialmente vi sia assenza di riflessioni, si è ritenuto importante inserire questo progetto in quanto innovativo e perché, in ambienti sufficientemente grandi, sarebbe ipotizzabile la sperimentazione della tecnica.

1.6 Ulteriori tecniche di localizzazione

In questo paragrafo si è scelto di riportare alcuni progetti di localizzazione la cui importanza non risiede nell'accuratezza ottenuta nella localizzazione, ma nella tecnica stessa di localizzazione. I progetti che seguono infatti, risultano essere molto importanti da

un punto di vista di ricerca accademico piuttosto che da un punto di vista applicativo. Essi infatti hanno messo in luce pregi e difetti di alcune tecniche di analisi statistica dei dati come nel caso della sezione 1.6.1, o hanno tentato di applicare tecniche risolutive al problema della localizzazione partendo da altri campi, come avviene per i progetti della sezione 1.6.2.

1.6.1 Tecniche di localizzazione Bayesiane

Come si è detto in precedenza, MoteTrack basa il proprio funzionamento sull'ipotesi fondamentale che due nodi vicini debbano rilevare delle signature simili fra loro, rilevare cioè, gli stessi valori di potenza di campo elettromagnetico. Tale ipotesi, contrariamente a quanto avviene col modello di campo utilizzato nel progetto RADAR, non impone alcun legame fra la potenza del campo elettromagnetico e la distanza dal trasmettitore a cui esso viene rilevato e nemmeno, richiede che tale valore di campo sia costante per identici valori di distanza dal trasmettitore.

E' chiaro dunque che una tecnica di localizzazione che si basi sulla similarità delle misure di campo da parte dei nodi, sia più robusta ai disturbi dell'ambiente rispetto ad una che consideri ogni misura come un evento indipendente dalle altre misure, dato che, generalmente, il disturbo influisce similmente sui nodi vicini e non modifica dunque la similarità delle misure rilevate dai nodi.

A partire da quest'idea molti progetti, quali ad esempio [19, 31, 12, 37, 3, 11], hanno sviluppato delle tecniche statistiche per inferire la posizione dei nodi basandosi su un modello determinato attraverso le misure dei singoli nodi.

Fra i diversi progetti si è scelto di riassumere di seguito il progetto di localizzazione Bayesianiana riportato nell'articolo [11] in quanto, tale progetto consente la localizzazione di un nodo mobile senza necessitare l'esecuzione di alcuna procedura particolare per la stima dei numerosi parametri utilizzati nel modello scelto.

Il modello grafico Bayesiano che descrive le indipendenze condizionate delle variabili aleatorie utilizzato nell'articolo è riportato in figura 1.10. Le variabili poste esternamente alla cornice: X , Y , B_0 , τ_{b0} , b_1 e τ_{b1} sono variabili la cui realizzazione coincide per ogni nodo ancora, mentre le variabili riportate dentro la cornice D_i , S_i , b_{i0} , b_{i1} e τ_i , possiedono differenti realizzazioni per ogni nodo. L'ipotesi fondamentale e ragionevole che sta alla base di questo modello è che i processi fisici, che intervengono nella propaga-

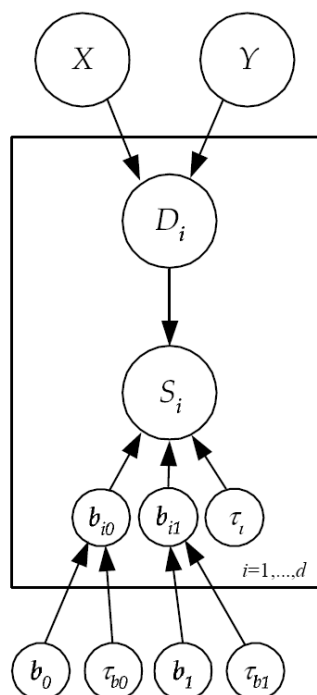


Figura 1.10: Modello grafico bayesiano utilizzato nell'articolo [11]. I nodi àncora sono numerati da 1 a d .

zione del campo elettromagnetico generato dai vari nodi àncora, siano necessariamente simili fra loro e che quindi, anche se le variabili aleatorie che determinano il valore dei parametri del modello utilizzato sono uniche per ogni nodo, il modello relativo alla propagazione del campo elettromagnetico rimane lo stesso.

Le variabili aleatorie che appaiono nel modello sono definite nel modo seguente:

- $X \sim \mathcal{U}(0, L)$ posizione del nodo mobile lungo le ascisse, L è la larghezza massima dell'ambiente sottoposto a controllo;
- $Y \sim \mathcal{U}(0, B)$ posizione del nodo mobile lungo le ordinate e B rappresenta la lunghezza massima dell'ambiente sottoposto a controllo;
- D_i distanza del nodo mobile dall'àncora i -esima;
- $S_i \sim \mathcal{N}(b_{i0} + b_{i1} \log D_i, \tau_i)$ potenza del campo elettromagnetico generato dall'àncora i -esima e rilevata dal nodo mobile. Si osservi che il progetto assume che la potenza del campo elettromagnetico mediamente diminuisca linearmente rispetto

al logaritmo della distanza e che i coefficienti di tale decadimento dipendono dai parametri interni unici per ogni nodo: b_{i0} , b_{i1} , τ_i ;

- $b_{i0} \sim \mathcal{N}(b_0, \tau_{b_0})$ valore della potenza del campo elettromagnetico per $D = 1[\text{m}]$;
- $b_{i1} \sim \mathcal{N}(b_1, \tau_{b_1})$ coefficiente secondo cui decade la potenza del campo elettromagnetico;
- $\tau_i \sim \Gamma(0.001, 0.001)$ deviazione media standard di S^1 ;
- $b_0 \sim \mathcal{N}(0, 1000)$ media di b_{i0} ;
- $b_1 \sim \mathcal{N}(0, 1000)$ media di b_{i1} ;
- $\tau_{b_0} \sim \Gamma(0.001, 0.001)$ deviazione media standard di b_{i0} ;
- $\tau_{b_1} \sim \Gamma(0.001, 0.001)$ deviazione media standard di b_{i1} ;

Utilizzando il modello esposto e sfruttando metodi di simulazione numerica di tipo Monte Carlo Markov Chain, l'articolo evidenzia come sia possibile determinare i parametri del modello utilizzando i soli dati relativi al valore misurato della potenza del campo elettromagnetico, senza l'informazione su dove essi siano stati effettivamente raccolti.

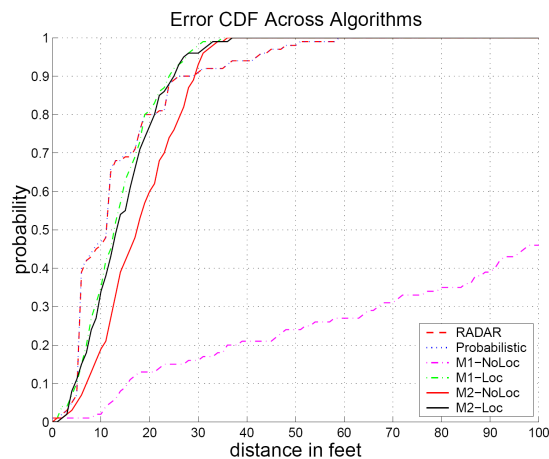


Figura 1.11: Confronto della funzione distribuzione di probabilità dell'errore di localizzazione al variare delle tecniche utilizzate. In grassetto la distribuzione relativa al modello di figura 1.10

¹Un'introduzione alla variabile aleatoria Γ è presente in A.1.

Si osservi come la distribuzione dell'errore di questo progetto sia simile a quanto ottenuto nel progetto RADAR, il quale richiede la stima a priori di diversi parametri e la conoscenza in ogni istante del numero di muri compresi fra trasmettitore e ricevitore.

Un problema legato ad algoritmi che sfruttino tecniche di analisi dei dati di tipo Monte Carlo è la quantità di memoria richiesta dal calcolo. Nei nodi infatti è generalmente presente poca memoria e quindi, una simile analisi deve essere svolta necessariamente su un calcolatore a cui devono essere inviate tutte le informazioni raccolte dai nodi. Tali tecniche possono dunque essere utilizzate unicamente nei progetti in cui sia consentito l'implementazione di algoritmi di localizzazione di tipo centralizzato.

1.6.2 Metodi di localizzazione robusta per reti di sensori wireless

Nel progetto di localizzazione esposto nell'articolo [35] l'attenzione non è posta tanto sull'accuratezza della localizzazione dei nodi mobili quanto piuttosto, sul numero minimo di nodi ancora che devono essere mantenuti attivi affinché la localizzazione di un nodo mobile T non subisca un degrado nelle prestazioni e sia anche robusta rispetto allo spegnimento accidentale dei nodi ancora. Si noti che i risultati ottenuti nel progetto si basano sulla teoria dei codici di identificabilità.

La tecnica di localizzazione utilizzata nell'articolo è molto semplice: la posizione del nodo mobile T viene associata a quella del nodo ancora rilevato a maggior potenza e l'unica informazione utilizzata per la localizzazione, riguarda quali nodi ancora siano in grado di comunicare direttamente col nodo T . La precisione della localizzazione dipende quindi dalla densità con cui sono disposti i nodi ed è evidente che tale tecnica, risulti intrinsecamente robusta alle perturbazioni del segnale elettromagnetico, dato che essa sfrutta solamente relativa alla connettività. Posta dunque tale tecnica di localizzazione, l'articolo cerca di dare informazioni in merito a quanti e quali nodi ancora debbano essere mantenuti attivi affinché la localizzazione non subisca un degrado delle prestazioni e sia inoltre robusta rispetto allo spegnimento accidentale dei nodi.

Date dunque n ancora, il sistema determina inizialmente il grafo di connettività della rete e successivamente, vengono spenti, secondo un opportuno algoritmo, più nodi possibili, in modo comunque da non influire sulla capacità di localizzazione della rete stessa. In figura 1.12 è riportato un esempio di come l'ambiente sottoposto a controllo venga partizionato in zone nelle quali è rilevabile un solo sottoinsieme di nodi ancora e

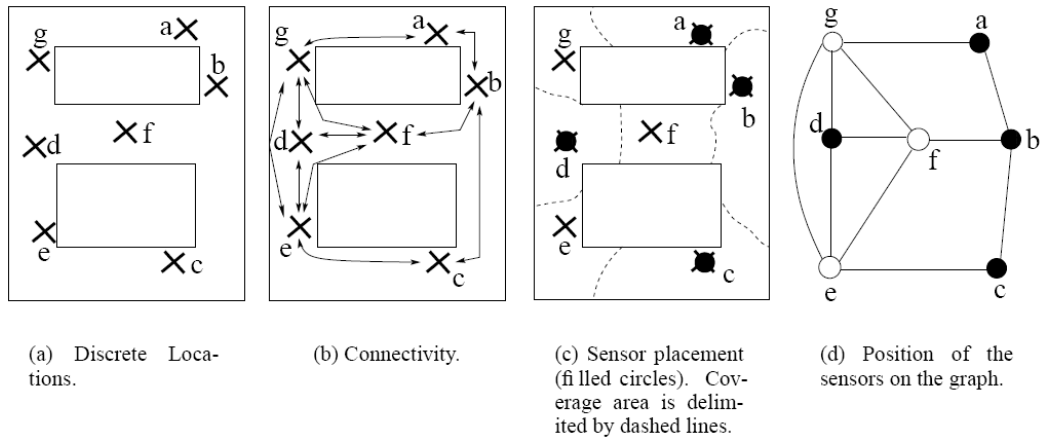


Figura 1.12: Fasi eseguite per la localizzazione: accensione dei nodi, rilevamento del grafo di connettività, generazione del codice di identificabilità e spegnimento dei sensori.

Tabella 1.1: Codici rilevati nelle partizioni indicate nella figura 1.12.

| ID | a | b | c | d | e | f | g |
|------|-------|---------|-------|-----|-------|-------|-------|
| code | {a,b} | {a,b,c} | {b,c} | {d} | {c,d} | {b,d} | {a,d} |

quali passi affronti l'algoritmo di spegnimento dei nodi. In tabella 1.1 è riportato invece il codice associato ad ogni partizione.

Un fatto di notevole importanza descritto nel progetto è la possibilità di costruire una rete con la proprietà di r -robustezza, la quale è definita nell'articolo come segue:

Definizione 1.6.1 Una rete è detta essere r -robusta se l'aggiunta o la rimozione di r nodi ancora non altera le capacità di localizzazione della rete stessa.

Si osservi che tale proprietà è una proprietà fondamentale per una rete di sensori e si osservi inoltre che, contrariamente alle tecniche di localizzazione precedentemente descritte nelle quali si cercava di stimare il peggioramento relativo nelle prestazioni della rete al diminuire dei nodi ancora attivi, in questo caso è certo che possono essere spenti fino a r qualunque nodi della rete senza che il processo di localizzazione subisca alcun peggioramento.

E' però doveroso osservare anche che, mentre negli altri progetti il degrado delle prestazioni era graduale all'aumentare del numero di nodi spenti, in questo caso è noto che non v'è alcun degrado nelle prestazioni fino allo spegnimento di r nodi, ma nulla è detto nel caso dello spegnimento di $r + 1$ nodi.

Capitolo 2

Impostazione del problema e Analisi dei dati sperimentali

Dopo l'esposizione del capitolo precedente in merito alle diverse tecniche di localizzazione è ora necessario chiarire quale sia il problema studiato nella tesi e come questo sia stato affrontato.

Il problema posto consisteva nella soluzione, sia in un ambiente chiuso sia all'aperto, dei seguenti due punti:

1. Autolocalizzazione dei nodi fissi di una rete wireless, una volta note le coordinate a cui tali nodi possono essere posizionati;
2. Stima della posizione di un nodo mobile T .

Il problema assegnato richiedeva inoltre che il sistema di localizzazione che si sarebbe realizzato fosse supportato da nodi con ridotte capacità di memoria e, che non necessitasse di sensori dedicati alla localizzazione quali ad esempio, accelerometri o generatori di ultrasuoni. Era richiesto inoltre che il sistema di localizzazione fosse sufficientemente flessibile da poter essere utilizzato anche su nodi diversi da quelli con cui si sarebbero svolte le prove e, che richiedesse il minimo dispendio in termini di tempo per la messa in attività.

La richiesta di non utilizzo di sensori dedicati alla localizzazione ha imposto che il processo di localizzazione si basasse unicamente sulle informazioni rilevate dal chip radio quali la potenza del campo elettromagnetico ricevuto, RSS (Received Signal Strength) e l'indice di qualità del segnale, Link Quality Indicator (LQI). La richiesta che il tempo di messa in attività del sistema fosse minima negava inoltre la possibilità di utilizzare sia

per la stima della posizione di un nodo mobile, sia per il problema dell'autolocalizzazione dei nodi fissi, una mappa del campo elettromagnetico simile a quella utilizzata nel progetto MoteTrack e obbligava quindi, all'utilizzo di un modello di propagazione del campo elettromagnetico che fosse in grado di legare il valore di una o di entrambe le grandezze RSS ed LQI alla distanza o alla posizione del nodo da rilevare.

Uno dei primi problemi che il progetto ha dovuto affrontare è stata dunque la scelta di quale grandezza fra RSS ed LQI fosse più affidabile per il problema della localizzazione e quale modello potesse essere utilizzato. Il progetto ha cominciato inizialmente ad affrontare il primo punto relativo all'autolocalizzazione dei nodi, in quanto esso appariva come il problema più complesso e che avrebbe richiesto maggior studio. Una volta risolto tale punto si sarebbe proceduto allo studio di una soluzione per il secondo problema. Si sono perciò svolte inizialmente diverse misure coi nodi, sia in ambienti aperti, sia in ambienti chiusi. Una breve descrizione dei nodi utilizzati nel progetto è riportata nella sezione 2.2, mentre un'introduzione ai fenomeni cui è soggetto il campo elettromagnetico in ambienti chiusi o comunque in ambienti in cui la distanza da oggetti non trasparenti al campo elettromagnetico, come ad esempio muri e siepi, non sia elevata è riportata nella sezione 2.1. Nella sezione successiva, 2.3, sono invece riportati i risultati ottenuti dalle misure svolte coi nodi.

Nel proseguo della tesi, salvo diversamente espresso, si distingueranno i nodi di una generica rete in due gruppi. Il primo gruppo è formato dai nodi àncora, nodi fissi che devono essere in grado di autolocalizzarsi una volta note le possibili coordinate in cui sono stati posti. Il secondo gruppo è formato invece dai nodi mobili che devono essere localizzati senza alcuna informazione a priori sulle proprie possibili coordinate, ma che possono utilizzare le informazioni in merito alla posizione dei nodi àncora per determinare la propria.

E' bene osservare che l'informazione a priori sulle possibili coordinate dei nodi àncora impone che la stima della posizione dei nodi sia accurata più che precisa. Nell'ambito della teoria degli errori, l'accuratezza e la precisione di uno strumento indicano due proprietà diverse ed è bene chiarirne i significati. L'accuratezza è relativa all'errore medio commesso nella stima di una grandezza, mentre la precisione è relativa alla varianza degli errori commessi nel processo di stima. E' possibile intuire quindi come uno strumento accurato possa ritornare misure molto distanti fra di loro, la cui media è però

prossima al valore vero della grandezza che si vuole misurare, mentre uno strumento preciso possa ritornare misure molto simili fra loro ma distanti dal valore vero che si vuole misurare. E' chiaro dunque che il sistema di localizzazione richiesto dal progetto, non deve possedere grande precisione di localizzazione, in quanto questa è data dalla conoscenza a priori delle possibili coordinate, esso però, deve essere un sistema accurato al fine di non sbagliare il posizionamento dei nodi ancora.

2.1 Propagazione del campo elettromagnetico

La propagazione delle onde elettromagnetiche sia all'aperto, ma soprattutto negli ambienti chiusi, è soggetta a molteplici fenomeni e risulta quindi difficilmente prevedibile. Secondo quanto riportato in [18] i fenomeni più evidenti che intervengono durante la propagazione di un'onda elettromagnetica risultano essere: *riflessione*, *diffrazione* e *scattering*. Tali fenomeni, di seguito brevemente riassunti, si verificano in misura maggiore o minore al variare del rapporto fra la dimensione della lunghezza d'onda del campo elettromagnetico e le dimensioni dell'oggetto su cui il campo insiste. Si noti che il protocollo di comunicazione utilizzato dai nodi, impone che la frequenza del segnale trasmesso sia compresa nell'intervallo [2400, 2483.5][MHz] e che, quindi, la lunghezza d'onda del campo elettromagnetico generato sia compresa fra 12.08[cm] e 12.5[cm]. All'interno di una tale intervallo esistono numerosi oggetti aventi dimensioni maggiori, minori, o paragonabili alla lunghezza d'onda del campo elettromagnetico e quindi, in un ambiente comune è possibile osservare tutti e tre i fenomeni prima citati. Il protocollo di comunicazione wireless utilizzato dai nodi: IEEE 802.15.4, è descritto in [24].

2.1.1 Riflessione

La riflessione di un'onda elettromagnetica è dovuta ad ostacoli aventi dimensioni molto maggiori della lunghezza d'onda del segnale elettromagnetico incidente. Nel caso della riflessione, quando l'onda raggiunge un oggetto riflettente con un angolo θ rispetto alla normale, essa modifica la propria traiettoria tornando indietro secondo un angolo $\theta' = -\theta$.

Un esempio di onda incidente e riflessa è riportato in figura 2.1.

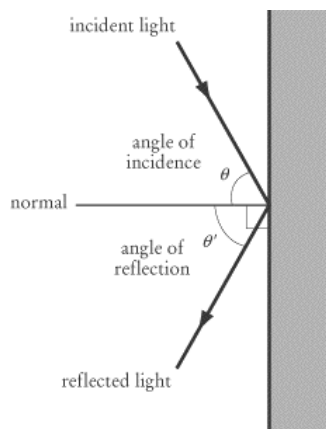


Figura 2.1: Esempio di riflessione su di una superficie totalmente riflettente.

2.1.2 Diffrazione

Il fenomeno della diffrazione deriva dalla natura ondulatoria del campo elettromagnetico e si verifica in maniera dominante rispetto agli altri fenomeni quando il campo insiste su oggetti impenetrabili separati fra loro da distanze inferiori della lunghezza d'onda. In questo caso, secondo il principio di Huygens, dietro tali oggetti si formano delle onde sferiche secondarie che consentono di propagare l'energia dell'onda anche lungo delle direzioni che sarebbero vietate dall'impenetrabilità degli oggetti.

Il fenomeno della diffrazione è anche detto *shadowing* in quanto consente la trasmissione del campo elettromagnetico fra trasmettitore e ricevitore anche quando fra i due manca un cammino diretto (line of sight, LOS) a causa della presenza dei corpi impenetrabili dall'onda. Un esempio di diffrazione è riportato in figura 2.2.

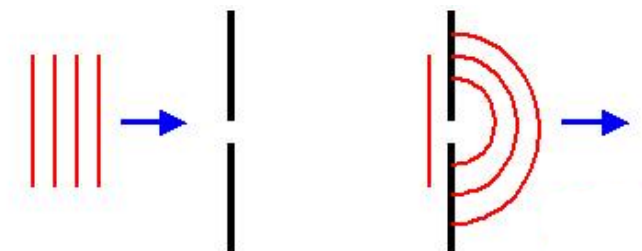


Figura 2.2: Esempio di diffrazione.

2.1.3 Scattering

Il fenomeno dello scattering è dovuto alla natura corpuscolare del campo elettromagnetico e si manifesta in presenza di oggetti impenetrabili aventi dimensioni paragonabili a quelli della lunghezza dell'onda. In questo caso l'energia dell'onda che insiste su tali oggetti viene reirradiata in moltissime direzioni che, nei casi reali, sono a imprevedibili e che dipendono anche, dalla lunghezza d'onda del campo incidente. Si noti nuovamente che, essendo le lunghezze d'onda interessate nel progetto comprese nell'intervallo [12.07, 12.5] [cm], esistono moltissimi oggetti in grado di realizzare lo scattering del segnale elettromagnetico.

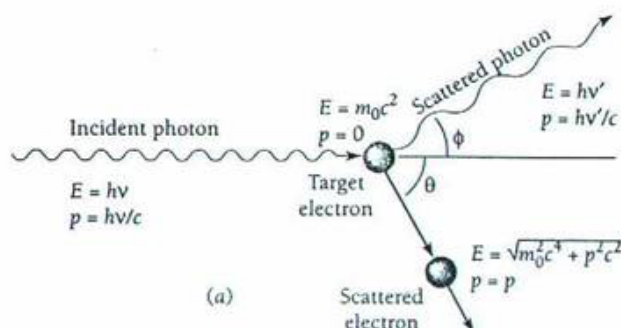


Figura 2.3: Esempio di scattering Compton.

Un esempio ben noto di scattering, illustrato in figura 2.3, è lo scattering Compton, nel quale un fotone ad alta energia colpisce un elettrone appartenente ad un nucleo atomico e, a seguito dell'urto fotone-elettrone, il fotone perde energia e cambia la direzione di propagazione, mentre l'elettrone viene liberato. Il fotone diffuso avendo perso energia nell'urto ha lunghezza d'onda maggiore del fotone incidente e la variazione di lunghezza d'onda è spiegata dalla nota relazione di Compton:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\phi) \quad (2.1)$$

nella quale h è la costante di Planck, m_0 è la massa dell'elettrone e ϕ è l'angolo di diffusione.

I fenomeni ora introdotti causano la ricezione, al ricevitore, di innumerevoli onde elettromagnetiche provenienti da molteplici direzioni e quindi aventi fasi differenti. La somma di tali onde causa un'amplificazione od un'attenuazione della potenza del campo ricevuto a al variare del tipo di interferenza generata: costruttiva o distruttiva.

va. Ricordando inoltre che tali fenomeni dipendono dalla lunghezza d'onda del segnale trasmesso si può intuire come, al variare della frequenza di trasmissione, il ricevitore rilevi variazioni nella potenza del segnale elettromagnetico anche se il mezzo in cui si propaga il segnale resta costante. Analogamente, supponendo di mantenere costante la frequenza di trasmissione e di spostare il ricevitore a distanze dell'ordine di mezza lunghezza d'onda è possibile registrare notevoli variazioni nella potenza del campo elettromagnetico.

L'attenuazione o l'amplificazione della potenza del campo elettromagnetico ricevuto, rispetto al valore nominale, prende il nome di *medium scale fading* ed è tanto più evidente quanto più è stretto l'intervallo di frequenze utilizzate nella trasmissione radio.

Al fine di ridurre l'effetto del medium scale fading il protocollo di comunicazione di livello fisico utilizzato dai nodi, prevede l'utilizzo di tecniche di tipo Direct Sequence Spread Spectrum (DSSS) con una modulazione O-QPSK che consentono la suddivisione della potenza del segnale sull'intera banda consentita dal protocollo: 2[MHz] e anche, di ridurre la probabilità di errore dei pacchetti ricevuti.

2.2 Nodi wireless utilizzati

I nodi utilizzati nel progetto sono di due tipi. Un primo tipo di nodo, riportato in figura 2.4, è stato fornito dall'azienda 4-NOKS s.r.l. di Conegliano (TV), azienda che ha commissionato il progetto. Tali nodi utilizzano un microcontrollore di tipo ATMega64, si veda [4], che dispone di 64Kbyte di memoria Flash utilizzabile per il solo software di gestione del chip, 2Kbte di memoria EEPROM per i dati statici e di 4Kbyte di memoria SRAM utilizzata per le variabili temporanee. Il chip radio utilizzato nei nodi è il chip EM2420 prodotto dall'azienda EMBER Corporation [13]. Come espresso precedentemente il chip utilizza il protocollo di comunicazione IEEE 802.15.4 esposto in [24] ed è connesso ad un'antenna di cui non è noto il diagramma di radiazione.

Un secondo tipo di nodo utilizzato nel progetto è il nodo TmoteSky, i cui dati tecnici sono riportati in [26], prodotto dalla MotelIV. In figura 2.5 è riportata un'immagine del nodo. I nodi TmoteSky sono equipaggiati con un microcontrollore MSP430 prodotto dalla Texas Instruments, [17], il quale ha a disposizione 48Kbyte di memoria Flash dedicata per il software e 10Kbyte di SRAM. Il chip radio utilizzato in questo caso è il CC2420 prodotto dalla Chipcon i cui dati tecnici sono riportati in [6]. Il chip radio CC2420 è molto simile al EM2420 ed anch'esso utilizza il protocollo di comunicazione IEEE 802.15.4 .



Figura 2.4: Uno dei nodi utilizzati nel progetto.



Figura 2.5: Nodo TmoteSky.

Del nodo TmoteSky è noto anche il diagramma di radiazione dell'antenna che è stato riportato nelle figure 2.6 e 2.7. Dalle figure si osserva come il campo prodotto dall'antenna utilizzata nel nodo possa essere considerato sostanzialmente isotropo.

I nodi sono programmati in un linguaggio di alto livello: il nesC e gli algoritmi di gestione delle diverse funzionalità del chip sono gestite attraverso il sistema TinyOS (www.tinyos.net).

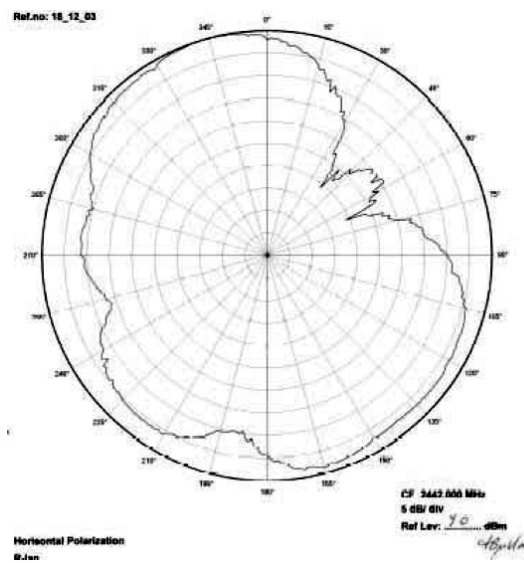


Figura 2.6: Diagramma di radiazione del nodo TmoteSky, piano verticale.

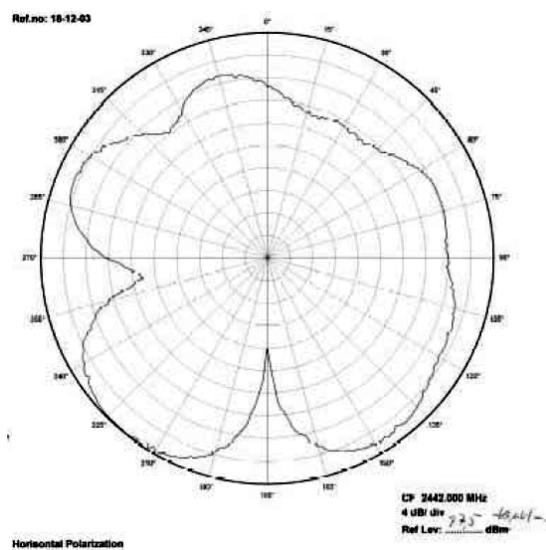


Figura 2.7: Diagramma di radiazione del nodo TmoteSky, piano orizzontale.

2.2.1 Generazione del valore di RSS ed LQI

Il valore di RSS utilizzato negli esperimenti è un valore determinato a partire dal valore di RSSI (Received Signal Strength Indicator) ritornato direttamente dai chip radio montati sui nodi. RSS ed RSSI, secondo quanto riportato in [6] e in [13] sono

legati dalla seguente relazione:

$$RSS = RSSI - 45 \quad (2.2)$$

Il valore di RSSI generato dal chip è quantizzato su un insieme di 100 valori e possiede un'accuratezza di 6[dBm]. In figura 2.8 è riportato il valore di RSSI generato dal chip al variare della potenza elettromagnetica ricevuta.

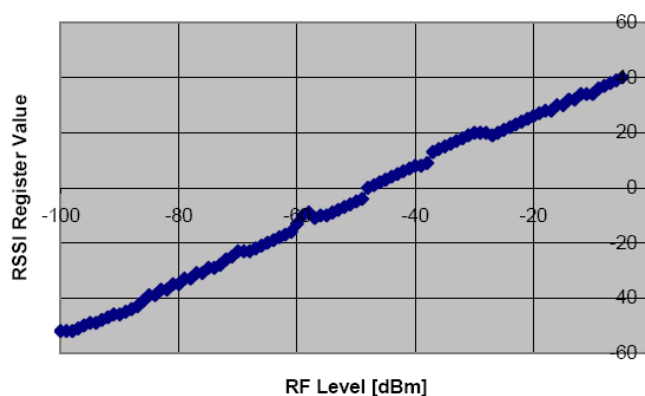


Figura 2.8: Valori rilevati di RSSI al variare della potenza del segnale ricevuto.

Similmente al valore di RSSI anche il valore di LQI è ritornato direttamente dal chip radio il quale lo genera nel blocco di sincronizzazione e di correlazione dei dati. Il valore di LQI rappresenta dunque la facilità col quale è stato possibile associare la sequenza di simboli ricevuti ad una parola di quattro bit e quindi, dipende in una certa misura dalla quantità di rumore presente nel canale nella banda in cui avviene la trasmissione.

2.3 Analisi dei dati raccolti

I diversi articoli che si possono trovare in letteratura e che si occupano di localizzazione o di autolocalizzazione dei nodi di una rete wireless, attraverso le sole informazioni del chip radio, non sono chiari in merito a quale grandezza, fra RSS ed LQI, dia maggiori informazioni al fine del problema della localizzazione o quale sia più robusta ai disturbi del segnale elettromagnetico. Nel caso comunque si utilizzi come grandezza per la localizzazione il valore di RSS, il modello generalmente utilizzato per legare distanza dal trasmettitore ad un valore di potenza di campo, suggerito anche da [23, 10, 18, 38] è il seguente:

$$P(d) = P(d_0) - 10n_p \log d + \mathcal{X}_\sigma \quad (2.3)$$

I termini che compaiono nel modello sono:

- $P(d)$: potenza del campo elettromagnetico ricevuto espressa in [dBm];
- $P(d_0)$: potenza del campo elettromagnetico ad una distanza d_0 dal trasmettitore, espressa in [dBm];
- n_p : fattore di decrescenza della potenza del campo elettromagnetico in funzione del logaritmo della distanza dal trasmettitore;
- d : distanza dal trasmettitore [m];
- \mathcal{X}_σ : variabile aleatoria gaussiana di media nulla e varianza σ^2 .

Dato che $P(d)$ è una trasformazione lineare affine di una variabile aleatoria gaussiana è essa stesa una variabile aleatoria gaussiana di media $P(d_0) - 10n_p \log d$ e varianza σ .

Si noti che l'equazione (2.3) può essere scritta come:

$$\begin{aligned} P_d &= P(d_0) + 10n_p \log(d_0) - 10n_p \log(d) + \mathcal{X}_\sigma \\ &= P_{TX} + A - 10n_p \log(d) + \mathcal{X}_\sigma \end{aligned} \quad (2.4)$$

dove ora compare il valore, che si suppone noto, della potenza di trasmissione.

Si deve comunque osservare che, nell'articolo [10] è evidenziato il fatto che il valore di RSS misurato dai chip radio sia estremamente sensibile alle perturbazioni dell'ambiente e che, quindi, non sia una grandezza utile per determinare informazioni per la localizzazione.

Scopo delle misure svolte all'inizio del progetto e di seguito discusse, era determinare se il modello descritto dall'equazione (2.3) fosse un modello valido o meno e inoltre, le misure volevano determinare se il valore di LQI potesse essere in qualche modo utile alla localizzazione.

2.3.1 Considerazioni sul modello di campo

Scopo di questa sottosezione è chiarire da quali considerazioni di natura fisica nasca il modello descritto dall'equazione (2.3).

E' noto dalla fisica classica che la potenza del campo elettromagnetico decresce, al variare della distanza d dal trasmettitore, secondo la seguente legge:

$$P(d) = \frac{P(d_0)}{\left(\frac{d}{d_0}\right)^2} \quad (2.5)$$

nella quale le potenze sono espresse in [W] e le distanze in metri.

Tale legge è però valida solamente in assenza dei fenomeni di riflessione, diffrazione e scattering precedentemente introdotti e, solo quando il mezzo trasmissivo è perfetto e quindi non dissipa energia. L'aria, in particolare se ricca di umidità, è molto lontana dall'essere un mezzo trasmissivo ideale e quindi il fattore esponente della distanza tende ad essere maggiore di 2. E' possibile tenere conto di questo modificando l'equazione (2.5) come segue:

$$P(d) = \frac{P(d_0)}{\left(\frac{d}{d_0}\right)^{n_p}} \quad (2.6)$$

Esprimendo ora il valore della potenza ricevuta in [dBm]¹ si ottiene:

$$\begin{aligned} P(d)[dBm] &= 10 \log(P(d_0)) + 10n_p \log(d_0) - 10n_p \log(d) \\ &= P_{TX} + A - 10n_p \log(d) \end{aligned} \quad (2.7)$$

L'equazione (2.7) esprime ora il valore di potenza del campo elettromagnetico che un nodo dovrebbe rilevare in assenza di fenomeni di interferenza, diffrazione o scattering, ma solamente in presenza di un mezzo trasmissivo non perfetto. E' necessario ora includere nel modello il fenomeno del medium scale fading causato dai tre fenomeni precedentemente citati.

Come espresso in precedenza, il fenomeno del medium scale fading dipende dal modo in cui interferiscono le onde radio al ricevitore e questo, dipende dal rapporto fra la lunghezza dei differenti cammini percorsi dalle onde elettromagnetiche e la lunghezza d'onda delle stesse. Come conseguenza si ha che il valore di attenuazione o amplificazione della potenza del segnale elettromagnetico non è una funzione del tempo, ma resta costante se l'ambiente non subisce variazioni e inoltre, si ha che il fenomeno dipende direttamente dalle coordinate spaziali del trasmettitore e del ricevitore e non, dalla sola distanza fra i due. Ad una stessa distanza fra trasmettitore e ricevitore, è perciò possibile rilevare sia un aumento sia un'attenuazione della potenza del campo elettromagnetico.

E' ragionevole dunque modellare l'effetto del medium scale fading attraverso una variabile aleatoria \mathcal{X} , la cui realizzazione determina il valore di attenuazione o amplificazione del valore della potenza del campo elettromagnetico in un punto della spazio.

¹Si ricorda che, dato un valore di potenza A espresso in [W] il corrispondente valore in [dBm] è dato da: $10 \log(A/1[mW])$.

Essendo inoltre molteplici e indipendenti i cammini seguiti dalle diverse onde interferenti al ricevitore, dove col termine indipendente si indica il fatto che, noto il cammino seguito da un'onda elettromagnetica, nulla si conosce del cammino di una qualunque altra onda elettromagnetica e, essendo innumerevoli le onde che interferiscono al ricevitore, in forza della legge dei grandi numeri, la variabile aleatoria \mathcal{X} può essere convenientemente modellata come una variabile aleatoria gaussiana. Si ottiene quindi:

$$P(d)[dBm] = P_{TX} + A - 10n_p \log(d) + \mathcal{X} \quad (2.8)$$

La varianza di \mathcal{X} , σ , è determinata attraverso le misure, mentre la media di \mathcal{X} è posta a zero in quanto non misurabile. Si supponga infatti che \mathcal{X} sia una variabile aleatoria con media diversa da zero e si consideri la media del modello derivante dall'equazione (2.8)²:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[P(d)] &= \mathbb{E}[P_{TX} + A - 10n_p \log(d) + \mathcal{X}] \\ &= P_{TX} + A - 10n_p \log(d) + \mathbb{E}[\mathcal{X}] \\ &= P_{TX} + (A + \mathbb{E}[\mathcal{X}]) - 10n_p \log(d) \\ &= P_{TX} + \tilde{A} - 10n_p \log(d) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Si vede dunque chiaramente come il valore della media di \mathcal{X} non sia un parametro identificabile. Dato quindi che \mathcal{X} è una variabile gaussiana di media nulla e che possiede un unico parametro σ , essa nel proseguo verrà indicata con la scrittura \mathcal{X}_σ .

E' necessario ora osservare che il modello descritto fin'ora tiene conto solamente degli effetti prodotti dal medium scale fading, attraverso la variabile aleatoria \mathcal{X}_σ e della non idealità del mezzo trasmissivo, attraverso il termine n_p . Altri fenomeni come la variabilità del mezzo trasmissivo a causa, ad esempio, del movimento delle persone non sono qui considerati. Supponendo però che tali fenomeni producano effetti aventi una media nulla nel tempo, è possibile, attraverso una media temporale delle misure della potenza del campo, ridurre fortemente la loro influenza nelle misure.

Un altro fenomeno che non è considerato nel modello è quello dovuto all'attenuazione della potenza del campo elettromagnetico a causa all'attraversamento di materiali quasi trasparenti come ad esempio i muri, che riducono notevolmente il valore di RSS misurato al ricevitore a parità di distanza dal trasmettitore. Nel progetto, dato che ancora era necessario verificare la validità del modello discusso anche nel solo caso ideale,

²Nelle equazioni successive si escluderà l'indicazione della grandezza della potenza del campo elettromagnetico essendo questo espresso in [dBm] salvo diversamente espresso.

si è deciso di non considerare tale fenomeno e di lasciare ad un futuro approfondimento del problema della localizzazione la possibilità di includere nel modello tali fenomeni.

Nelle prove condotte sono stati utilizzati i due diversi tipi di nodi precedentemente descritti al fine di evitare che, il modello scelto dipendesse da un particolare modello di nodo.

Le misure sono state svolte ponendo un nodo trasmettitore e diversi nodi ricevitori a varie distanze ma mantenendoli tutti alla stessa altezza dal terreno, circa 60[cm]. Il nodo trasmettitore era stato programmato per inviare 250 pacchetti per ogni livello di potenza, partendo da quello massimo, 0[dBm]. E' necessario osservare che i valori minimi della potenza di trasmissione utilizzati: -45 , -51 , -54 non hanno corrispondenza nei dati riportati nel datasheet dei chip radio. Per spiegare questo fatto è necessario ricordare che i chip montati sui nodi sono programmati in un linguaggio di alto livello quale il nesC e che le funzioni di controllo di basso livello sono delegate alle librerie fornite dal sistema di gestione TinyOS (www.tinyos.net). Le librerie di basso livello di TinyOS accettano valori numerici, per la definizione della potenza di trasmissione del chip, compresi fra 0 e 31, dove a 0 corrisponde il valore di potenza minimo e a 31 il valore di potenza massimo. Tale divisione di potenza nasce dal fatto che i primi chip radio utilizzati con TinyOS, CC1000 [5], erano in grado di sfruttare ben 32 diversi livelli di potenza. Secondo quanto sperimentato in laboratorio, la potenza minima di trasmissione del chip, indicata in TinyOS dal valore 0, corrisponde ad una potenza di trasmissione di -54 [dBm], e così le successive fino al valore tre, il quale coincide nuovamente con quanto riportato nel data sheet. Si è osservato inoltre che il chip radio, anche se non dichiarato dal costruttore, accettando le impostazioni del CC1000, è in grado di sfruttare 32 livelli di potenza di trasmissione. Dato che negli ambienti domestici generalmente le potenze di trasmissione necessarie per comunicare fra i nodi sono estremamente ridotte, si è deciso di utilizzare le potenze di trasmissione -45 , -51 , -54 [dBm], anche se queste non sono riportate nel datasheet del chip in quanto la minima potenza dichiarata dal costruttore: -25 [dBm] era un valore già troppo elevato per gli scopi della localizzazione. In figura 2.9 è riportato il grafico relativo alle potenze di trasmissione misurate in laboratorio e dichiarate dal costruttore e nella tabella 2.1 ne sono riportati i valori numerici.

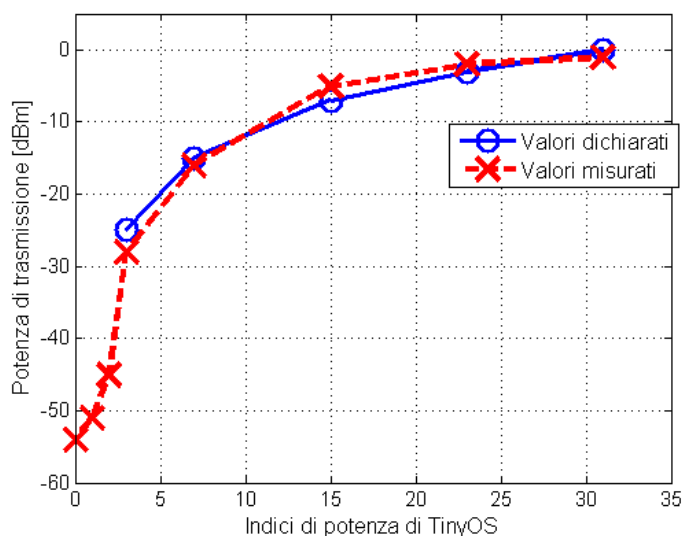


Figura 2.9: Confronto fra i valori di potenze di trasmissione misurati e dichiarati.

Tabella 2.1: Valori di potenze di trasmissione misurati e dichiarati.

| Indici di potenza di TinyOS | Potenza misurata [dBm] | Potenza dichiarata [dBm] |
|-----------------------------|------------------------|--------------------------|
| 0 | -54 | — |
| 1 | -51 | — |
| 2 | -45 | — |
| 3 | -28 | -25 |
| 7 | -16 | -15 |
| 15 | -5 | -7 |
| 23 | -2 | -3 |
| 31 | -1 | 0 |

2.4 Misure all'aperto

La prima serie di misure è stata condotta all'esterno utilizzando i nodi TmoteSky. Le misure sono state svolte ponendo tutti i nodi alla stessa altezza, circa 60[cm] dal terreno e si sono eseguite quattro diverse serie di misure in ciascuna delle quali, il nodo trasmettitore è stato programmato per trasmettere 250 pacchetti per ogni livello di potenza. I livelli di potenza scelti sono stati: -45 , -51 , -54 , -25 , -15 , -7 [dBm]. Ad ogni nuova serie di misure era modificata la posizione dei nodi, sia del nodo trasmettitore,

sia dei nodi riceventi, al fine di rilevare ad ogni misura una diversa realizzazione della variabile aleatoria \mathcal{X}_σ e stimarne così più correttamente la varianza: σ^2 .

Si noti che i valori di potenza misurati, per essere correttamente confrontati, sono stati compensati della differente potenza di trasmissione. L'errore introdotto nelle stime dei parametri, a causa della non perfetta coincidenza fra la potenza di trasmissione reale del nodo ed il valore di potenza dichiarato dal costruttore, è stato considerato trascurabile alla luce di alcune prove svolte in laboratorio, che hanno evidenziato una buona aderenza dei valori misurati relativi alla potenza di trasmissione, rispetto ai valori indicati dal costruttore.

In figura 2.10 sono riportati i valori di RSS rilevati dai nodi alle varie distanze. In grassetto è riportata la retta interpolante della potenza del campo elettromagnetico. I coefficienti del modello, stimati attraverso una tecnica di minimizzazione dell'errore quadratico, sono stati:

$$A = -18.2 \quad n_p = 2.18 \quad \sigma = 6.03$$

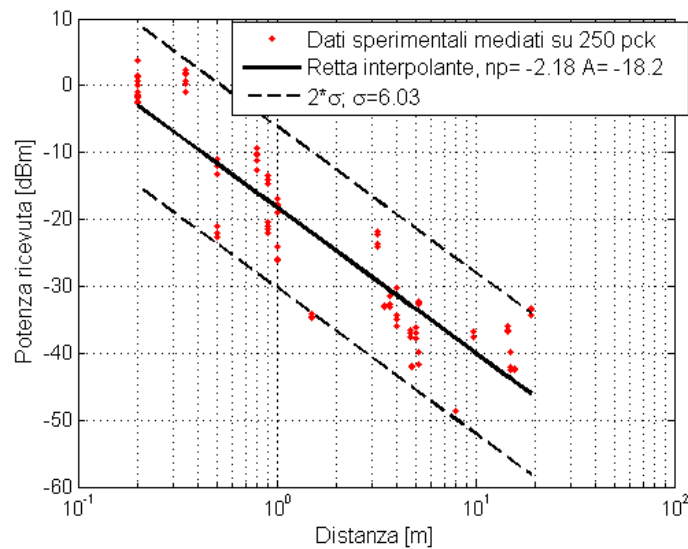


Figura 2.10: RSS misurato all'esterno e retta interpolante.

In figura 2.11 è riportato l'errore fra le misure ed il campo stimato. Come si osserva, gli errori assumono una distribuzione gaussiana di media nulla e varianza $\sigma^2 = 36.36$.

In figura 2.12 è riportato invece il valore di LQI rilevato durante le misure. Si osservi come i valori di LQI siano distribuiti in modo pressoché causale al variare della distanza

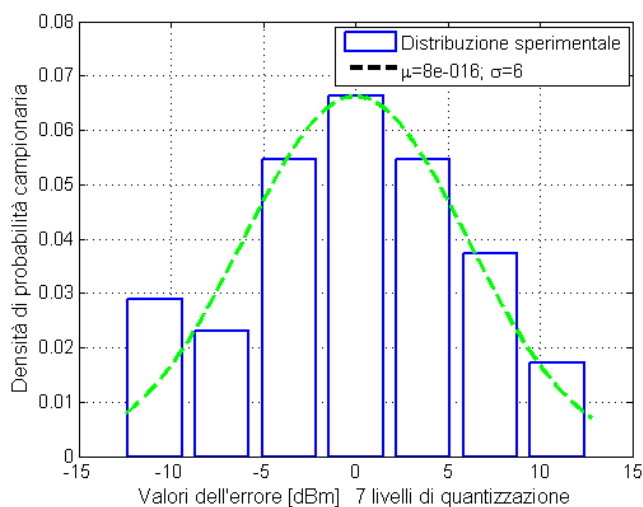


Figura 2.11: Densità di probabilità campionaria dell'errore del RSS rispetto alla retta interpolante.

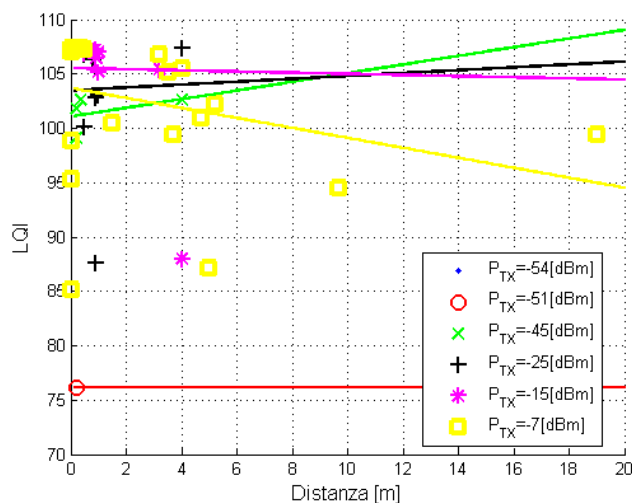


Figura 2.12: Valori di LQI rilevati all'esterno al variare della potenza di trasmissione e rette interpolanti.

e siano tutti maggiori di 75. Questo è dovuto al fatto che il valore di LQI è un parametro determinato direttamente dal chip radio a seguito della ricezione di un pacchetto dati ed è legato al numero di simboli errati ricevuti. Dato che il protocollo di trasmissione utilizzato dai nodi, 802.15.4, utilizza tecniche di trasmissione DSSS al fine di ridurre

la probabilità di errori di trasmissione dei pacchetti, è raro che un pacchetto possa contenere molti errori e quindi, se è ricevuto, esso è ricevuto con un elevato valore di LQI.

2.5 Ambiente interno

In ambiente interno si sono svolte le misure sfruttando i nodi forniti dall'azienda 4-NOKS s.r.l. . Le misure in questo caso sono state effettuate mediando i valori di RSSI rilevati anche sui sedici diversi canali consentiti dal protocollo 802.15.4 . I risultati ottenuti sono riportati in figura 2.13. Le potenze di trasmissione scelte in questo caso sono state: $-54, -51, -45, -25, -15, -10, -7$ [dBm].

I coefficienti del modello stimati risultano essere:

$$A = -39.8 \quad n_p = 1.77 \quad \sigma = 4.92$$

La notevole differenza fra il coefficiente A ora stimato e quello stimato in precedenza è

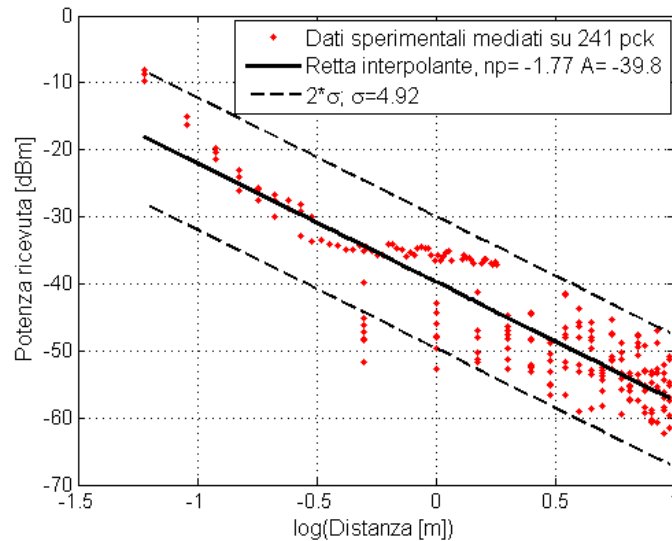


Figura 2.13: RSS misurato all'interno e retta interpolante.

dovuta alla diversa antenna utilizzata dai due nodi. Si noti che un valore di n_p inferiore in modulo a due, come nel caso di questa stima, non ha un chiaro significato fisico. Esso è comunque da ritenersi valido in quanto in questo contesto, è ricercato il miglior valore del parametro che dia spiegazione delle misure, una volta posta l'ipotesi di rumore bianco gaussiano e tale valore, risulta essere 1.77.

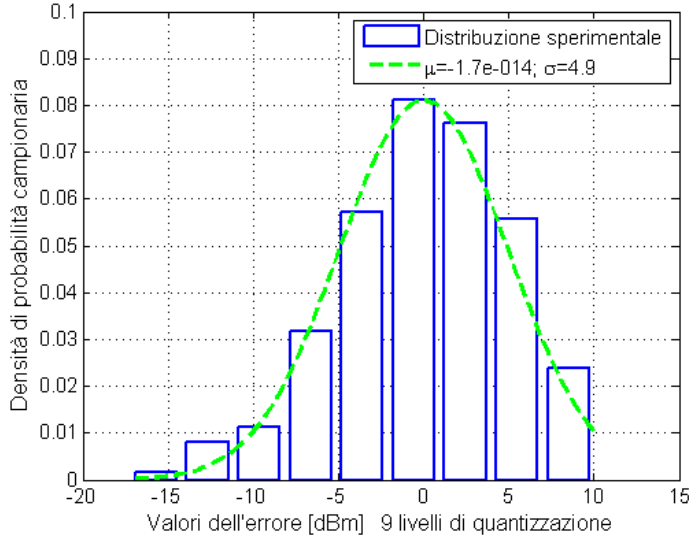


Figura 2.14: Densità di probabilità campionaria dell'errore del RSS rispetto alla retta interpolante.

In figura 2.14 è riportato l'errore fra le misure ed il valore di potenza stimata del campo ricevuto. Come si osserva, gli errori assumono una distribuzione gaussiana di media nulla e varianza $\sigma^2 = 24.2$. In figura 2.15 è invece riportato il valore di LQI determinato dalle misure. Si nota in questo caso una maggiore dipendenza del valore della grandezza dalla distanza dal trasmettitore e in particolare, tale dipendenza è evidente per i valori di potenza inferiori. Nel grafico sono anche evidenziate le rette interpolanti i dati e si osservi che, in questo caso, le rette sono stimate in funzione della distanza dal trasmettitore e non dal logaritmo della distanza.

In figura 2.16 è infine riportata la densità di probabilità campionaria dell'errore di stima del valore di LQI rispetto alla retta interpolante le misure. Si osservi come gli errori non seguano una particolare densità di probabilità, esclusi i casi di potenza di trasmissione a -25 e -15 [dBm] nei quali è ravvisabile una distribuzione di tipo gaussiana.

Le misure condotte hanno messo in luce la validità del modello descritto dall'equazione (2.4), ma anche, hanno evidenziato come la deviazione media standard di \mathcal{X}_σ sia estremamente elevata. Si ricorda infatti che, essendo \mathcal{X}_σ una variabile aleatoria gaussiana, dato un valore di distanza \bar{d} , si ha una probabilità del 95% di rilevare un valore di campo compreso nell'intervallo $[A - 10n_p \log(\bar{d}) - 2\sigma, A - 10n_p \log(\bar{d}) + 2\sigma]$. Assumendo

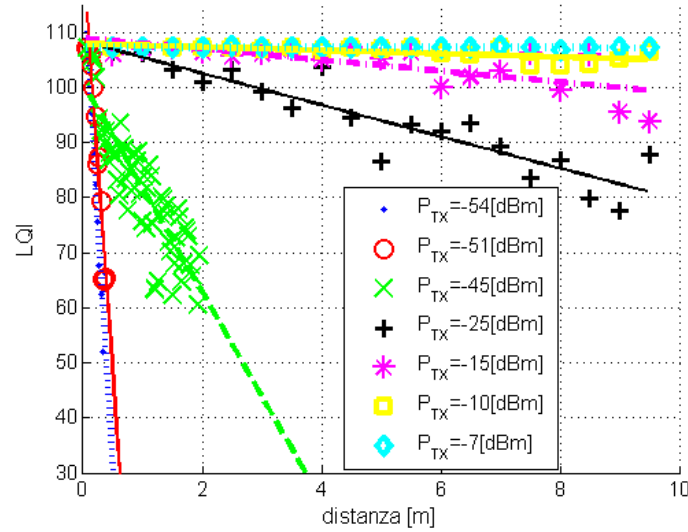


Figura 2.15: Valori di LQI rilevati all'interno al variare della potenza di trasmissione e rette interpolanti.

quindi $\sigma = 6$ [dBm], si ottiene che l'intervallo ha estensione 24[dBm]. Dato che il valore di RSS assume valori compresi fra -95 e 0, si nota che l'intervallo di incertezza copre circa un quarto dei possibili valori assunti dalla grandezza.

Le misure relative a LQI, hanno ritornato dei valori legati alla distanza solo nel caso delle misure in ambiente interno. Questo fatto può essere dovuto alla quantità di disturbo elettromagnetico, nella banda di trasmissione, che è presente in negli ambienti chiusi rispetto agli ambienti esterni come ad esempio, reti wireless o i dispositivi bluetooth che, si ricorda, trasmettono nella stessa banda di frequenze del protocollo IEEE 802.15.4. Tali disturbi possono dunque essere la causa di un peggioramento della qualità della trasmissione all'aumentare della distanza fra trasmettitore e ricevitore e quindi, al diminuire della potenza ricevuta rispetto alla potenza del disturbo.

In seguito ad ulteriori misure svolte sia all'aperto che in ambienti chiusi, si è deciso di non utilizzare il valore di LQI come grandezza base su cui eseguire la stima della posizione dei nodi, anche a seguito del fatto che tale grandezza subisce variazioni significative solo quando le potenze di trasmissione sono ridotte e quindi, quando le distanza fra i nodi sono comprese entro qualche metro.

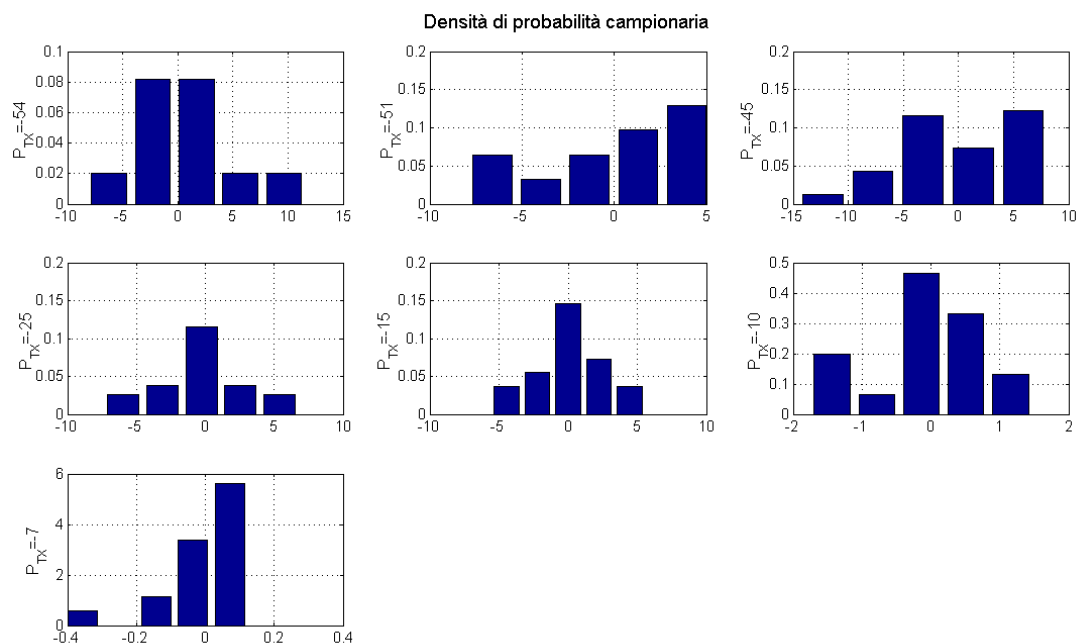


Figura 2.16: Densità di probabilità campionaria dell'errore del LQI rispetto alle rette interpolanti.

Per quanto osservato con le prove sperimentali si è deciso di dividere il processo di autolocalizzazione, che come detto in precedenza deve portare ad un sistema di localizzazione accurato, in due fasi. Durante la prima fase è utilizzata la sola informazione data dalla connettività fra i nodi al fine di determinare dei limiti alle massime distanze entro cui sono compresi i nodi. Nella seconda fase del processo di autolocalizzazione è utilizzata l'informazione congiunta di LQI ed RSS per determinare, secondo il modello riportato in 2.4, quale sia la distanza più probabile fra i nodi all'interno delle possibili distanze determinate al passo precedente.

Nel prossimo capitolo verrà dunque introdotta la tecnica di autolocalizzazione scelta per i nodi àncore e nel paragrafo 3.3 verrà esposta la tecnica scelta per la localizzazione di un nodo mobile.

Capitolo 3

Algoritmi sviluppati

In questo capitolo saranno espone le tecniche di autolocalizzazione e di localizzazione che si sono sviluppate alla luce delle prove sperimentali e verranno inoltre espone i risultati di alcune simulazioni svolte al calcolatore. Nella prima parte del capitolo sono approfondite alcune proprietà della stima della distanze fra i nodi derivanti dal modello scelto e validato nel capitolo precedente. Successivamente nella sezione 3.2 è analizzato l'algoritmo di autolocalizzazione dei nodi, mentre nella sezione 3.3 è espone l'algoritmo di tracking di un nodo mobile.

3.1 Proprietà dello stimatore della distanza

Si è osservato nel capitolo precedente che, noto il valore della distanza d fra due nodi, la potenza ricevuta $P(d)$ è una variabile aleatoria gaussiana di media:

$$\bar{P}(d) = P_{TX} - A - 10n_p \log(d)$$

e varianza:

$$\sigma^2$$

Dato dunque un valore di campo p generato da un nodo j e rilevato da un nodo i posto ad una distanza incognita $d_{i,j}$ da j , è possibile stimare $d_{i,j}$ attraverso uno stimatore di massima verosimiglianza, il quale è definito come la funzione che associa a $d_{i,j}$ quel particolare valore di distanza che massimizza la probabilità di rilevare un valore di campo pari a p . E' possibile dimostrare, si veda B.2, che la funzione cercata in questo caso è data da:

$$d^{MV}(P(d)) = 10^{\left(\frac{A-p}{10n_p}\right)} \quad (3.1)$$

Si noti che la variabile aleatoria \mathbf{d}_d^{MV1} , determinata dalla funzione $d^{MV}(P(d))$, è distribuita come una variabile aleatoria lognormale, definita nell'appendice A.2, in quanto $\ln(\mathbf{d}_d^{MV})$ ha distribuzione gaussiana. In particolare la media e la varianza di $\ln(\mathbf{d}_d^{MV})$ sono date da:

$$\mu_d = \mathbb{E}_d [\ln(\mathbf{d}_d^{MV})] = \ln d \quad (3.2)$$

e:

$$\text{var}_d = \mathbb{E}_d [(\ln(\mathbf{d}_d^{MV}) - \mu_d)^2] = \left(\frac{\sigma \ln 10}{10n_p} \right)^2 \quad (3.3)$$

Il calcolo della media e della varianza di $\ln(\mathbf{d}_d^{MV})$ è riportato in B.2.

Secondo la formula (A.7) la media di \mathbf{d}_d^{MV} è data da:

$$\mathbb{E}_d [\mathbf{d}_d^{MV}(P(d))] = e^{(\frac{\gamma}{2})} d; \quad \gamma = \left(\frac{\sigma \ln 10}{10n_p} \right)^2 \quad (3.4)$$

e quindi, in generale lo stimatore (3.1) non è uno stimatore corretto.

La varianza di \mathbf{d}_d^{MV} , secondo la formula (A.8), è data da:

$$\text{var}_{\mathbf{d}_d^{MV}} = \mathbb{E}_d \left[(\mathbf{d}_d^{MV} - \mathbb{E}_d [\mathbf{d}_d^{MV}])^2 \right] = d^2 e^\gamma (e^\gamma - 1) \quad (3.5)$$

E' possibile definire un nuovo stimatore della distanza $d_{i,j}$ eliminando il fattore moltiplicativo $\exp(\frac{\gamma}{2})$ e ponendo quindi:

$$d_C(p) = e^{(-\frac{\gamma}{2})} 10^{\frac{A-p}{10n_p}} \quad (3.6)$$

Il nuovo stimatore $d_C(p)$ non è più quindi lo stimatore di massima verosimiglianza, ma risulta essere uniformemente corretto e quindi:

$$\mathbb{E}_d [d_C(p)] = d; \quad \forall p \in \mathbb{R}^+ \quad (3.7)$$

con varianza:

$$\text{var}_{d_C} = \mathbb{E}_d \left[(d_C - \mathbb{E}_d [d_C])^2 \right] = d^2 (e^\gamma - 1) \quad (3.8)$$

e per esso ha senso il confronto della varianza con la varianza indicata dalla disuguaglianza di Cramèr-Rao, per un'introduzione alla disuguaglianza di Cramèr-Rao si veda

¹Per distinguere più chiaramente la variabile aleatoria, che si determina applicando la funzione $d^{MV}(\cdot)$ alla variabile aleatoria $P(d)$, dalla funzione $d^{MV}(\cdot)$ stessa, si indicherà la variabile aleatoria col simbolo \mathbf{d}_d^{MV} dove il pedice d sta ad indicare la dipendenza parametrica della distribuzione da d . Analogamente avverrà con lo stimatore $d_C(\cdot)$ definito più avanti.

A.3. In figura 3.1 è riportato un confronto fra la stima della distanza ottenuta in simulazione dallo stimatore a massima verosimiglianza e dallo stimatore corretto definito dall'equazione (3.6). Si osservi come la stima data dallo stimatore corretto, indicato in figura da Stim C, coincida con la distanza vera. I dati sono stati mediati su cento iterazioni.

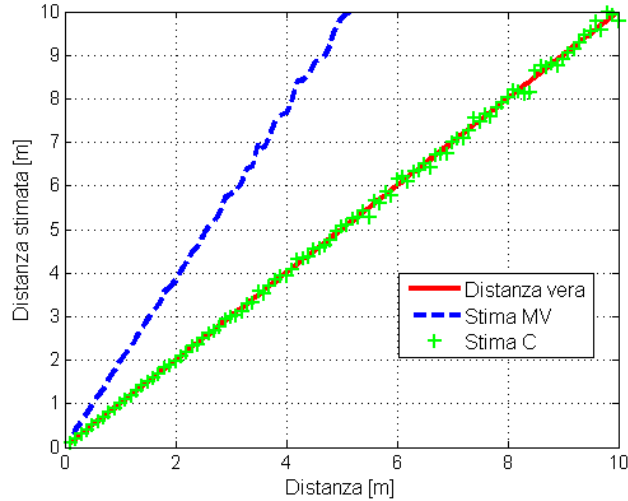


Figura 3.1: Confronto della stima della distanza fra due nodi data dallo stimatore corretto d_C e dallo stimatore a massima verosimiglianza d_d^{MV} ; nella simulazione si è posto $\gamma = 1.6$.

Il limite di Cramer-Rao indica la varianza minima di uno stimatore corretto e la sua importanza risiede nel fatto che il valore di varianza ritornato non dipende dalla particolare tecnica di stima adottata, ma solo dal modello scelto.

E' possibile dimostrare, si veda B.3, che la varianza minima dello stimatore corretto è data da:

$$var_{\min} = d^2 \gamma \quad (3.9)$$

In figura 3.2 è riportato il rapporto fra la deviazione media standard della distanza stimata e la distanza stimata al variare di σ . Nel grafico si osserva come anche nel caso di uno stimatore a minima varianza, valori di σ superiori a 8 portino a stime di distanza poco significative, in quanto affette da grande errore. Nel grafico si osserva inoltre come lo stimatore corretto, definito nell'equazione (3.6), presenti un valore di varianza paragonabile allo stimatore ottimo per valori di σ minori di 6, valori per i quali si ha una differenza massima del 13%.

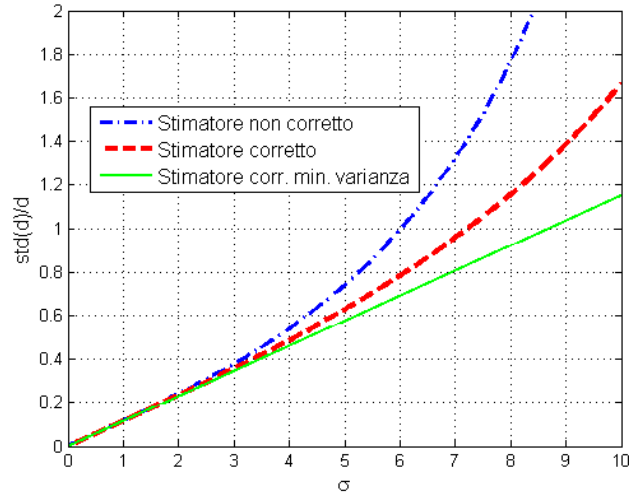


Figura 3.2: Confronto fra il rapporto della deviazione media standard e la distanza reale, al variare di σ , dello stimatore corretto, dello stimatore a massima verosimiglianza e della varianza minima data dal limite di Cramér-Rao, $n_p = 2$.

3.1.1 Accuratezza della stima all'aumentare del numero dei nodi

In questa sezione verrà esposto un risultato fondamentale dovuto al ricercatore dell'università del Michigan Neal Patwari [28], che conferma l'intuizione secondo la quale l'aggiunta di un nodo alla rete, anche se privo di informazione sulla propria posizione, comporti una riduzione della varianza dell'errore di localizzazione. L'importanza di quanto verrà esposto in questa sezione risiede nell'indipendenza dei risultati dalla particolare tecnica di localizzazione scelta o dalla grandezza fisica misurata.

Per esporre in modo corretto il risultato dovuto al ricercatore dell'università del Michigan, è necessario prima formalizzare il problema della localizzazione e quindi anche dell'autolocalizzazione dei nodi di una rete wireless.

Siano dunque dati m nodi ancora ed n nodi la cui posizione è incognita e si definisca

$$\theta = [\theta_1 \quad \dots \quad \theta_n]$$

il vettore, incognito, delle posizioni degli n nodi e

$$\gamma = [\theta \quad \gamma_{n+1} \quad \dots \quad \gamma_{n+m}]$$

il vettore delle posizioni, incognite e note, di tutti i nodi della rete. Si suppongano inoltre valide le seguenti ipotesi:

1. ogni coppia di nodi (i, j) , con $i \neq j$, è in grado di eseguire delle misure per determinare la reciproca distanza e si indichi con $X_{i,j}$ tale misura;
2. tutte le misure $X_{i,j}$ hanno un'identica distribuzione di probabilità parametrizzata dalla coppia (θ_i, θ_j) e si indichi con $f_{X|\theta}(X_{i,j}|\theta_i, \theta_j)$ la distribuzione di probabilità di tali misure;
3. le misure condotte dal nodo i relativamente al nodo j , coincidono con le misure condotte dal nodo j relativamente al nodo i : $X_{i,j} = X_{j,i}$ e si indichi con $H(i)$ l'insieme dei nodi $j \neq i$ con cui il nodo i è in grado di eseguire delle misure;
4. Per ogni nodo $j \in H(i)$ si ha $i \in H(j)$ e $j \notin H(j)$;
5. Le misure condotte da ogni coppia di nodi (i, j) con $i < j$ e $j \in H(i)$ sono indipendenti².

Si indichi con $I_1(\theta)$ la matrice di informazione di Fisher relativa alla rete composta da $n + m$ nodi e con $I_2(\theta)$ la matrice di Fisher relativa alla rete formata da $n + 1 + m$ nodi, allora, sotto blande ipotesi di regolarità del modello rispetto ai parametri θ , formalizzate dalla seguente condizione:

$$\frac{\partial l_{k,n+1}}{\partial \theta_{n+1}} = \pm \frac{\partial l_{k,n+1}}{\partial \theta_k}, \forall k = 1 \dots n \quad (3.10)$$

e sotto la condizione che il nodo aggiunto alla rete possa eseguire misure con almeno un altro nodo della rete di posizione incognita, si dimostra che:

$$I_1^{-1}(\theta) - I_2^{-1}(\theta)_{ul} \geq 0 \quad (3.11)$$

e che

$$tr(I_1^{-1}(\theta)) - tr(I_2^{-1}(\theta)_{ul}) > 0 \quad (3.12)$$

dove $I_2^{-1}(\theta)_{ul}$ indica la matrice superiore sinistra di dimensione n per n di $I_2^{-1}(\theta)$.

L'equazione 3.11 stabilisce che la matrice varianza della stima di una rete con n nodi è sempre maggiore della matrice varianza relativa ad una rete avente $n + 1$, mentre l'equazione 3.12 indica che la somma delle varianze e quindi dell'incertezza della localizzazione, relative ai parametri $\theta_1, \dots, \theta_n$, decrescono strettamente aggiungendo un nodo alla rete.

²Tale ipotesi, supponendo di non distinguere la coppia di nodi (i, j) dalla coppia (j, i) , può anche essere espressa come l'indipendenza statistica delle misure delle coppie dei nodi.

3.2 Tecnica di Autolocalizzazione

L'informazione a priori sulle coordinate in cui possono essere stati posizionati i nodi wireless rende il problema dell'autolocalizzazione molto diverso da quelli illustrati nel capitolo 1. Utilizzando tale informazione infatti, è possibile sviluppare un algoritmo che non vada a ricercare la soluzione corretta del problema di autolocalizzazione, ma che invece, cerchi di eliminare tutte le soluzioni errate le quali sono un numero finito anche se tendenzialmente elevato.

Dato che l'informazione ritornata dai valori misurati di RSS ed LQI si è verificata essere non accurata, si è deciso di basare l'algoritmo di identificazione delle associazioni nodo-coordinata errate, sulla sola informazione data dalla connettività fra i nodi, legando la potenza minima di comunicazione fra i nodi ad una distanza massima fra le loro coordinate.

Si supponga dunque che sia nota la posizione di un nodo A , la potenza minima di comunicazione fra A ed un nodo B e le coordinate a cui quest'ultimo può essere posizionato. Associando la potenza minima di comunicazione fra A e B ad una distanza massima, D_{AB} , entro cui deve essere compreso il nodo B , è possibile scartare dall'insieme delle possibili coordinate di B , tutte quelle che stanno a distanza da A maggiore di D_{AB} .

E' necessario introdurre ora una notazione propria del campo dell'associazione dati. Si indicherà con θ_i un'evento associazione che verrà chiamato anche ipotesi, una mappa che lega in un modo univoco ogni nodo di \mathcal{I} , insieme dei nomi identificativi (ID) dei nodi, ad una particolare coordinata. L'insieme delle possibili coordinate sarà indicato con \mathcal{C} . Dato che, in ogni coordinata può al massimo essere posizionato un solo nodo, θ_i descrive una funzione biiettiva fra l'insieme \mathcal{I} e l'insieme \mathcal{C}' , sottoinsieme delle possibili coordinate effettivamente utilizzate di \mathcal{C} . L'insieme di tutte le possibili associazioni è indicato con Θ e, con la scrittura $A = j(i, \theta_i)$, si indicherà che secondo l'ipotesi θ_i , la coordinata A è associata al nodo i .

Dato che le associazioni sono funzioni molto particolari, in quanto biettive e definite su spazi discreti e finiti, esse possono essere descritte in forme estremamente comode attraverso l'uso di matrici. Si consideri infatti una generica associazione θ_i e si supponga di dare un'ordinamento all'insieme \mathcal{I} e all'insieme \mathcal{C} , con $|\mathcal{I}| = m$, $|\mathcal{C}| = n$ e $m \leq n$ e si definisca una matrice M_{θ_i} avente n righe ed m colonne, nella quale la riga i -esima corrisponde alla coordinata di indice i in \mathcal{C} e, analogamente, la colonna j -esima

corrisponde al nodo di indice j in \mathcal{I} allora, è sufficiente porre al valore uno l'elemento di posizione (m, l) se $j(l, \theta_i) = m$, cioè se la coordinata m -esima è associata al nodo l -esimo secondo l'ipotesi θ_i e zero altrimenti, per descrivere l'associazione θ_i attraverso la matrice M_{θ_i} .

Si osservi che, a causa della proprietà biiettiva delle associazioni, le matrici che si determinano presentano al più un unico uno lungo ogni colonna ed ogni riga e che quindi, esse possono essere viste come matrici stocastiche, anche se estremamente particolari.

L'insieme di tutte le possibili associazioni Θ , similmente a come avviene per le singole associazioni, è descrivibile mediante una matrice di dimensioni n per m . In questo caso però l'elemento di posizione (m, l) è posto ad uno se esiste almeno un evento associazione θ_i tale per cui $j(l, \theta_i) = m$. Si ha quindi che tale matrice può presentare più elementi con valore uno sulla stessa colonna o riga.

L'esempio 3.2.1 chiarisce quanto ora esposto.

Esempio 3.2.1

Si supponga che gli insiemi \mathcal{I} e \mathcal{C} siano definiti come segue:

$$\mathcal{I} = \{A, B, C\}$$

$$\mathcal{C} = \{(0, 0), (10, 5), (5, -30), (8, 9), (20, 3)\}$$

e si supponga che esistano due sole associazioni θ_1 e θ_2 . Secondo la associazione θ_1 i nodi di \mathcal{I} siano associati come segue:

$$A \leftrightarrow (0, 0) ; B \leftrightarrow (5, -30) ; C \leftrightarrow (10, 5) ;$$

mentre secondo l'associazione θ_2 sia:

$$A \leftrightarrow (10, 5) ; B \leftrightarrow (5, -30) ; C \leftrightarrow (8, 9) ;$$

Allora le matrici relative a θ_1 e θ_2 risultano essere:

$$M_{\theta_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \quad M_{\theta_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

mentre la matrice relativa a Θ è data da:

$$M_{\Theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

□

Scopo della prima parte dell'algoritmo è dunque determinare tutti gli eventi associazione sicuramente falsi, basando il calcolo solamente sull'informazione data dalla connettività.

E' necessario rimarcare il fatto che un tale algoritmo non ritorni una singola soluzione, ma esso, ritorna un insieme di associazioni Θ' all'interno del quale esiste l'evento associazione corretto. Un tale algoritmo è quindi certamente robusto alle perturbazioni del campo elettromagnetico, in quanto la sola informazione utilizzata è relativa alla connettività fra i nodi inoltre, il valore di distanza massimo associato ad ogni potenza di comunicazione può essere convenientemente sovrastimato per compensare forti disturbi del campo elettromagnetico in grado di modificare persino la connettività fra i nodi. Nel caso si sovrastimino troppo pesantemente le massime distanze fra i nodi, l'algoritmo continua a produrre risultati corretti dato che, certamente, l'associazione corretta sarà contenuta fra le associazioni ritornate, esse però cresceranno rapidamente in numero all'aumentare della stima delle massime distanze, rendendo così inutile questa prima parte dell'algoritmo il cui scopo, si ricorda, è l'eliminazione del più alto numero possibile di ipotesi errate.

E' bene precisare inoltre, che l'algoritmo non pone alcuna ipotesi sulla distanza minima compresa fra due nodi, ma solamente sulla distanza massima. Questo implica che se due nodi riescono a comunicare fra loro solamente a potenza massima, l'ipotesi che essi siano posizionati in coordinate molto vicine fra loro è comunque considerata valida.

L'algoritmo è stato ideato in forma centralizzata in quanto consentito dalle richieste del progetto e, allo scopo di ridurre il numero di associazioni ritornate dalla prima parte dell'algoritmo, si è deciso di inserire fra i dati d'ingresso dell'algoritmo anche l'informazione a priori su dove potrebbero essere posizionati alcuni nodi.

Nota la massima distanza ritornata fra ogni coppia di nodi, l'algoritmo prende in

considerazione solamente i limiti più stringenti. Può infatti capitare che un nodo i stimi la massima distanza con un nodo j secondo un limite meno stringente rispetto a quanto ritornato dal nodo j e quindi, è necessario considerare solamente il minore dei due limiti. Un passo successivo è la verifica che ogni tripletta di limiti di distanze fra i nodi rispetti il vincolo della disuguaglianza triangolare. Si supponga infatti che esista una tripletta di limiti massimi di distanze:

$$D_{A,B} > D_{B,C} + D_{C,A} \quad (3.13)$$

dove $D_{i,j}$ è la distanza massima fra il nodo i ed il nodo j . E' chiaro che, anche se le posizioni dei nodi non sono note, la distanza massima fra il nodo B ed il nodo A non può essere superiore alla somma fra $D_{B,C}$ e $D_{C,A}$ e dunque, può essere creata una nuova stima della distanza limite fra A e B ponendo $D_{A,B} = D_{B,C} + D_{C,A}$. Si osservi inoltre che, se fossero noti gli angoli secondo cui sono disposte le coordinate dei diversi nodi, sarebbe allora possibile determinare una distanza limite $D_{A,B}$ più stringente di quella sopra indicata. In figura 3.3 è riportato l'esempio di una tripletta di distanze che non soddisfano la disuguaglianza triangolare.

In tabella 3.1 è riportato invece un esempio delle distanze stimate fra i diversi nodi, prima che queste siano simmetrizzate prendendo solamente il minimo fra $D_{i,j}$ e $D_{j,i}$. La tabella 3.2 presenta invece le stesse distanze dopo che queste sono state simmetrizzate e sia stata verificata, per ogni tripletta di distanze limite, il soddisfacimento della di-

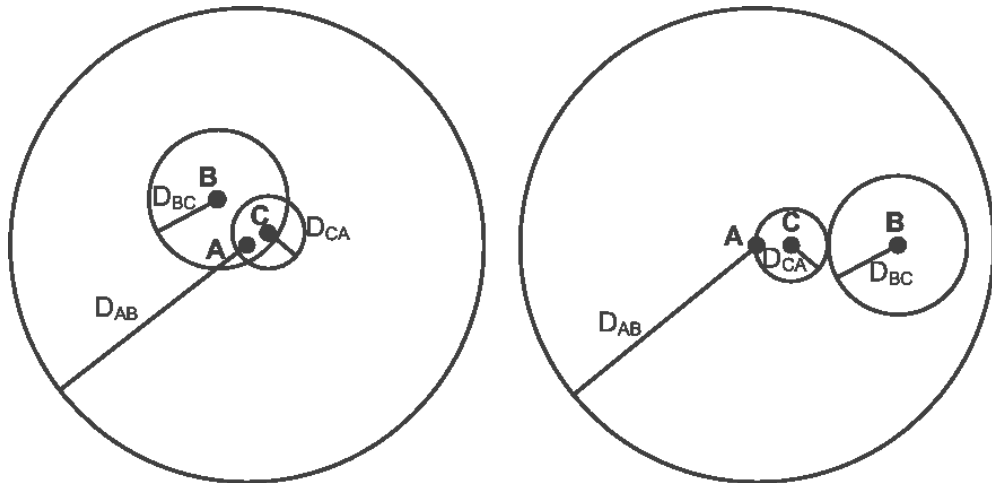


Figura 3.3: Esempio di distanze fra nodi che non rispettano la disuguaglianza triangolare.

Tabella 3.1: Distanze massime rilevate dai nodi prima di essere simmetrizzate.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|----|------|------|------|------|------|
| A | 0 | 70.5 | 28 | 70.5 | 12 | 62 |
| B | 40 | 0 | 2 | 1.5 | 17.5 | 28 |
| C | 63 | 2 | 0 | 3 | 31.5 | 28 |
| D | 63 | 2.5 | 2 | 0 | 18 | 44.5 |
| E | 12 | 44.5 | 44.5 | 25 | 0 | 14 |
| F | 28 | 14 | 50 | 25 | 28 | 0 |

Tabella 3.2: Distanze massime rilevate dai nodi dopo essere state simmetrizzate ed aver applicato la disuguaglianza triangolare.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|----|------|------|------|------|------|
| A | 0 | 30 | 28 | 30 | 12 | 26 |
| B | 30 | 0 | 2 | 1.5 | 17.5 | 14 |
| C | 28 | 2 | 0 | 3 | 19 | 15.5 |
| D | 30 | 1.5 | 3 | 0 | 18 | 15.5 |
| E | 12 | 17.5 | 19 | 18 | 0 | 14 |
| F | 26 | 14 | 15.5 | 15.5 | 14 | 0 |

suguaglianza triangolare. Si noti la grande variazione ottenuta nella distanza massima stimata fra i nodi A e D o fra i nodi F e D .

Una volta analizzate le massime distanze fra i nodi, l'algoritmo genera tutte le possibili associazioni θ_i che rispettano le disuguaglianze relative alle distanze massime. Si noti che fino a questo punto, è certo che la associazione corretta è contenuta fra le associazioni poste in uscita dall'algoritmo, dato che certamente, essa soddisfa i limiti posti alle distanze fra i nodi.

Le associazioni ritornate dalla prima parte dell'algoritmo sono passate ad un successivo algoritmo che determina la probabilità di ogni singola associazione utilizzando il modello riportato nell'equazione (2.4). Si noti che la probabilità delle associazioni è determinata sotto l'ipotesi di indipendenza delle osservazioni. Tale ipotesi si è resa necessaria in quanto, a priori, non è nota la relazione di dipendenza fra le osservazioni dei nodi ed inoltre, una stima di tali dipendenze, richiederebbe algoritmi di tipo Monte Carlo Markov Chain simili a quelli descritti nella sezione 1.6.1 che, come già espresso,

non sono implementabili a causa della ridotta quantità di memoria presente nei nodi.

In forza dell'indipendenza delle osservazioni la probabilità di ogni singola associazione θ_i è data da:

$$P[\theta_i] = \prod_{i=1}^{|\mathcal{I}|} \prod_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^{|\mathcal{I}|} P[p(d_{i,j})] \quad (3.14)$$

nella quale $p(d_{i,j})$ indica la potenza del campo elettromagnetico ricevuto dal nodo i e trasmesso dal nodo j , il quale si trova, secondo l'ipotesi θ_i , a distanza $d_{i,j}$ dal nodo i . Il valore della probabilità di $p(d_{i,j})$, per quanto visto precedentemente, è data da:

$$P[\bar{p}(d_{i,j})] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{p} - A + 10n_p \log d_{i,j}}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (3.15)$$

Le probabilità delle singole associazioni calcolate dall'algoritmo sono successivamente normalizzate in modo che la loro somma sia unitaria.

3.2.1 Simulazioni

Prima di passare allo studio delle simulazioni è doveroso osservare che l'algoritmo di autolocalizzazione affronta un problema nuovo rispetto a quanto presente in letteratura e che quindi, non è possibile un confronto diretto con gli altri algoritmi presentati in precedenza inoltre, è chiaro che, avendo l'algoritmo a disposizione l'informazione sulle possibili coordinate dei nodi, lo studio relativo alla precisione della localizzazione è ininfluente. Verranno quindi utilizzati altri parametri per verificare la qualità dell'algoritmo quali: il numero di associazioni ritornate dalla prima parte dell'algoritmo e il numero di associazioni ritornate a cui è stata assegnata una probabilità maggiore di quella assegnata all'associazione corretta al variare della varianza del modello (2.4).

Tutte le simulazioni suppongono che l'area in cui sono disposti i nodi sia larga 15[m] e lunga 10[m] e i risultati delle simulazioni sono stati mediati su cinquecento iterazioni dell'algoritmo. Ad ogni iterazione la posizione dei nodi è stata modificata in modo casuale secondo una distribuzione di probabilità uniforme. I nodi utilizzati nelle simulazioni sono dieci, mentre le possibili coordinate sono quindici.

In figura 3.4 e in figura 3.5 sono riportate le probabilità al variare di σ relative al numero di associazioni ritornate dalla prima parte dell'algoritmo di autolocalizzazione. Si osservi che, contrariamente a quanto si potrebbe ipotizzare, nel caso in cui σ sia minimo, cioè $\sigma = 0.1$, l'algoritmo ritorna una sola associazione con probabilità inferiore

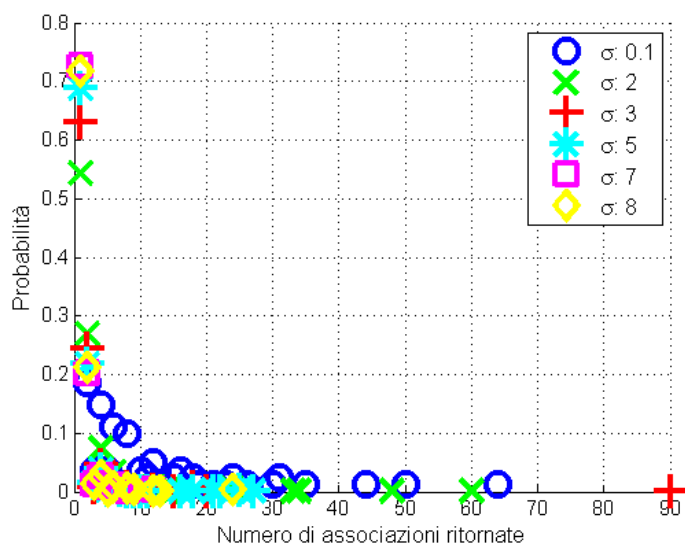


Figura 3.4: Probabilità del numero di associazioni ritornate al variare del parametro σ .

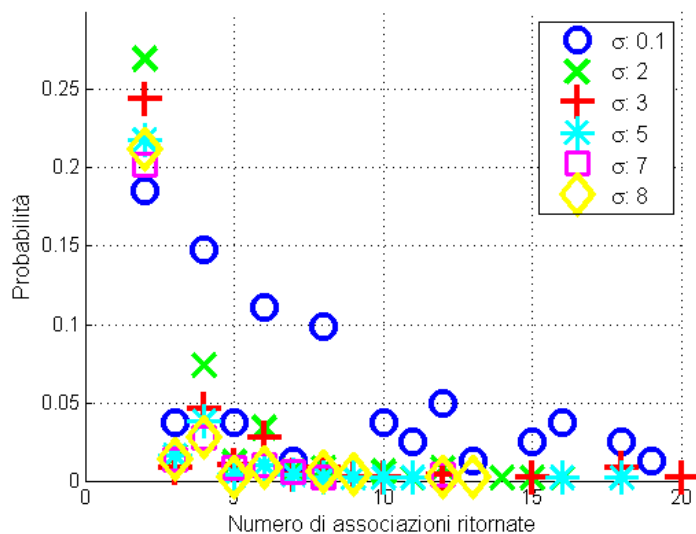


Figura 3.5: Probabilità del numero di associazioni ritornate al variare del parametro σ . Particolare della figura 3.4.

al caso in cui $\sigma = 8$ e che, all'aumentare del valore di σ , tale probabilità tende a uno. Tale risultato può essere spiegato osservando che, in presenza di elevati valori di σ , alcune realizzazioni di \mathcal{X}_σ tendono a enfatizzare a tal punto la potenza ricevuta dal

nodo i che è possibile, per il nodo trasmittente j , ridurre la potenza di trasmissione e conseguentemente, diminuire il limite relativo alla distanza massima fra i e j , riducendo in questo modo le possibili associazioni ritornate dalla prima parte dell'algoritmo di autocalizzazione. Nel caso invece la particolare realizzazione di \mathcal{X}_σ comporti un innalzamento della potenza di trasmissione per il nodo j e quindi, un considerevole aumento della distanza massima di trasmissione, la simmetrizzazione delle distanze ed controllo del rispetto dei vincoli delle disuguaglianze triangolari riescono a ridurre notevolmente l'eccesso di stima, riconducendo quindi l'algoritmo al caso precedente e consentendo nuovamente l'eliminazione di molte associazioni improbabili.

In figura 3.6 e 3.7 è riportata la probabilità che l'associazione corretta occupi la posizione n -esima una volta ordinate le associazioni in ordine crescente rispetto le probabilità assegnate loro. In questo caso è evidente che per $\sigma = 0.1$ la prima associazione è sostanzialmente sempre quella corretta. E' interessante inoltre osservare che, anche aumentando il valore di σ , la probabilità che l'associazione corretta abbia probabilità massima è estremamente elevata e dipende solo in lieve misura dal valore di σ .

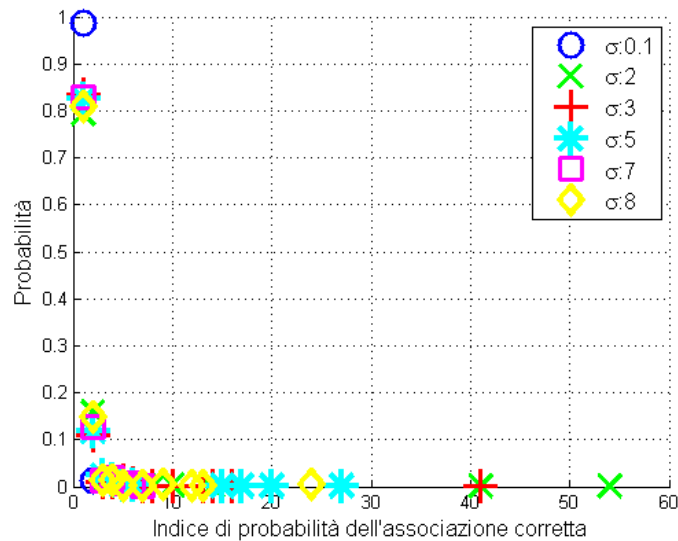


Figura 3.6: Probabilità che il valore di probabilità assegnato all'associazione vera sia in posizione i -esima rispetto la probabilità delle altre associazioni.

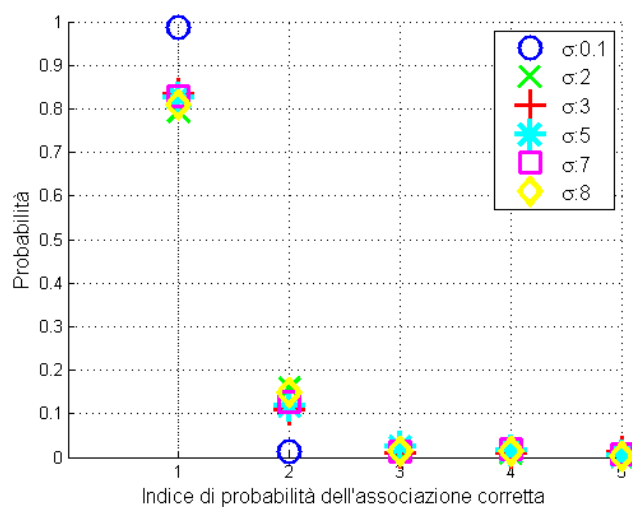


Figura 3.7: Probabilità che il valore di probabilità assegnato all'associazione vera sia in posizione i -esima rispetto la probabilità delle altre associazioni. Particolare della figura 3.6.

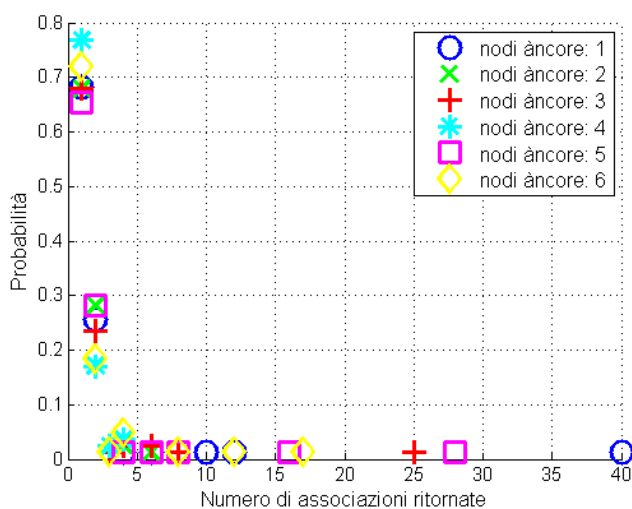


Figura 3.8: Probabilità del numero di associazioni ritornate dall'algoritmo di autolocalizzazione dei nodi àncora.

I grafici di figura 3.8 e 3.9 mostrano le prestazioni dell'algoritmo al variare del numero di nodi fissi di cui è nota a priori la posizione. Tali nodi possono essere nuovamente definiti nodi àncora rispetto ai nodi di cui ancora non è nota la posizione. Dalle figure si osserva che, all'aumentare del numero dei nodi àncora, il numero di associazioni

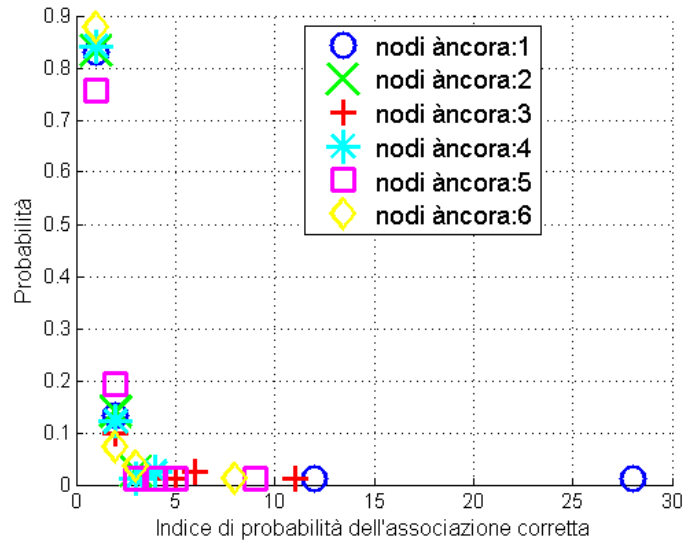


Figura 3.9: Probabilità che il valore di probabilità assegnato all'associazione vera sia in posizione i -esima rispetto la probabilità delle altre associazioni.

ritornate è pressoché costante e circa unitario. Il grafico di figura 3.9 mostra invece che, fra le diverse associazioni ritornate, quella corretta è quasi sempre l'associazione a probabilità massima.

Da quanto osservato in questa sezione, appare che la soluzione proposta per l'algoritmo di autolocalizzazione dei nodi fissi sia una buona soluzione anche se, è bene ricordare, essa si basa su un modello che non considera l'effetto di attenuazione della potenza del campo elettromagnetico a seguito dell'attraversamento di oggetti semi trasparenti come ad esempio i muri delle abitazioni. L'algoritmo verrà dunque sperimentato solo in ambienti privi di muri divisorii quale il laboratorio di Navigazione Autonoma e Visione Computazionale (NAVLAB) del Dipartimento d'Ingegneria dell'Informazione (DEI) dell'Università di Padova.

3.3 Stima della posizione di un nodo mobile

Il problema della localizzazione di un nodo mobile T , detto anche problema di tracking di un nodo mobile, è stato risolto, alla luce di quanto appreso durante lo sviluppo del primo punto del progetto, utilizzando la sola informazione portata dal valore della po-

tenza del campo elettromagnetico ricevuto in quanto, la stima della potenza minima di comunicazione fra i diversi nodi, si è verificato essere un processo che richiede qualche secondo in una rete formata anche da una sola decina di nodi. Per quanto tale tempo sia ininfluenza nel caso dei nodi fissi, esso assume invece un'importanza notevole per la localizzazione di un nodo mobile che quindi, modifica frequentemente le potenze minime di comunicazione con gli altri nodi. Si è deciso dunque in questo caso, di ridurre l'accuratezza della localizzazione del nodo mobile sfruttando la sola informazione relativa al valore di RSS, valore che può essere raccolto molto rapidamente dai nodi e di utilizzare un filtro di Kalman per mediare l'errore introdotto dalle stime istantanee della posizione del nodo.

3.3.1 Tecnica di localizzazione

Per ottenere la stima della posizione di un nodo T , dato il valore di potenza del campo elettromagnetico ricevuto dal nodo al variare dei nodi àncora, si è deciso di applicare una tecnica di triangolazione che tenga conto degli errori di stima delle distanze risolvendo il sistema di equazioni di seguito introdotto.

Indicate con T_x e T_y le coordinate rispetto le ascisse e rispetto le ordinate del nodo mobile T , con x_i e y_i le coordinate del nodo àncora i -esimo e con r_i il valore della stima della distanza fra il nodo T e il nodo àncora i -esimo, il sistema di equazioni che si vuole risolvere è dato da:

$$\begin{cases} (x_1 - T_x)^2 + (y_1 - T_y)^2 = r_1^2 \\ (x_2 - T_x)^2 + (y_2 - T_y)^2 = r_2^2 \\ \vdots \\ (x_n - T_x)^2 + (y_n - T_y)^2 = r_n^2 \end{cases} \quad (3.16)$$

Se le stime della distanza fossero prive di errore, sarebbero allora sufficienti tre sole equazioni per determinare la posizione del nodo mobile, dato però che le stime delle distanze fra il nodo T e i diversi nodi àncora sono affette da rumore, è necessario utilizzare un sistema di equazioni sovradimensionato in modo da ridurre l'effetto dell'errore introdotto dalle distanze nella stima della posizione del nodo mobile T .

E' possibile portare il sistema di equazioni (3.16) in un sistema lineare nelle incognite T_x e T_y sottraendo dalla prima equazione tutte le seguenti, ottenendo la seguente

equazione matriciale:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{T} \\ \begin{bmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ \vdots & \vdots \\ x_1 - x_n & y_1 - y_n \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \begin{bmatrix} r_2^2 - r_1^2 - x_2^2 + x_1^2 - y_2^2 + y_1^2 \\ r_3^2 - r_1^2 - x_3^2 + x_1^2 - y_3^2 + y_1^2 \\ \vdots \\ r_n^2 - r_1^2 - x_n^2 + x_1^2 - y_n^2 + y_1^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Tale sistema di equazioni è ora facilmente risolto attraverso la ricerca del vettore \mathbf{T} tale per cui:

$$\mathbf{T} = \arg \min_T \|\mathbf{AT} - \mathbf{b}\| = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (3.18)$$

In particolare si noti che \mathbf{T} , è quel particolare vettore in grado di minimizzare la distanza fra il vettore $u = \mathbf{AT}$ ed il vettore \mathbf{b} e quindi, \mathbf{T} è la proiezione ortogonale di \mathbf{b} sul sottospazio \mathcal{A} generato dalle colonne di \mathbf{A} .

La tecnica risolutiva ora esposta non è però ottima in quanto non considera la diversa incertezza delle stime delle distanze. Per quanto visto in precedenza infatti, le stime di distanze inferiori possiedono meno incertezza rispetto le stime delle grandi distanze e questo implica che, nella ricerca del vettore \mathbf{T} , deve essere dato maggior peso ai valori delle distanze più piccole e quindi deve essere utilizzato un algoritmo ai minimi quadrati pesati per risolvere l'equazione (3.17).

Nel prossimo paragrafo verrà quindi dedotta quale sia la matrice peso ottima per il calcolo della stima della posizione del nodo T .

3.3.2 Metodo ai minimi quadrati pesati

Per determinare quale sia la matrice peso ottima per risolvere l'equazione (3.17) con una tecnica ai minimi quadrati pesati, è necessario ricondurre il problema di ricerca della soluzione ad un problema di stima parametrica. A tale scopo è necessario riscrivere l'equazione 3.17 come segue, in modo da separare la componente di rumore di stima \mathbf{w} delle distanze del nodo T dai nodi ancora, dalle distanze vere:

$$\mathbf{b} = \mathbf{AT} + \mathbf{w} \quad (3.19)$$

E' possibile dimostrare che, se \mathbf{w} è un vettore aleatorio con media nulla e varianza R , allora il miglior stimatore, nella classe degli stimatori corretti lineari per la posizione del nodo T , è lo stimatore ai minimi quadrati avente matrice peso $Q = R^{-1}$. Si noti che

un tale stimatore è detto *stimatore Markoviano* e si osservi che non si è posta alcuna ipotesi in merito alla distribuzione del rumore \mathbf{w} .

Denotando il vettore \mathbf{b} come un vettore aleatorio definito dalle variabili aleatorie $d_{d_1}^C, d_{d_2}^C, \dots, d_{d_n}^C$, il rumore di stima viene ad essere definito come segue:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{w} &= \mathbf{b} - \mathbf{b}_0 \\
 &= 0.5 \left(\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} d_{d_2}^{C^2} - d_{d_1}^{C^2} - x_2^2 + x_1^2 - y_2^2 + y_1^2 \\ d_{d_3}^{C^2} - d_{d_1}^{C^2} - x_3^2 + x_1^2 - y_3^2 + y_1^2 \\ \vdots \\ d_{d_n}^{C^2} - d_{d_1}^{C^2} - x_n^2 + x_1^2 - y_n^2 + y_1^2 \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} d_2^2 - d_1^2 - x_2^2 + x_1^2 - y_2^2 + y_1^2 \\ d_3^2 - d_1^2 - x_3^2 + x_1^2 - y_3^2 + y_1^2 \\ \vdots \\ d_n^2 - d_1^2 - x_n^2 + x_1^2 - y_n^2 + y_1^2 \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} d_{d_2}^{C^2} - d_2^2 - (d_2^2 - d_1^2) \\ d_{d_3}^{C^2} - d_3^2 - (d_3^2 - d_1^2) \\ \vdots \\ d_{d_n}^{C^2} - d_n^2 - (d_n^2 - d_1^2) \end{array} \right] \end{array} \right) \\
 &= 0.5 \left[\begin{array}{c} d_{d_2}^{C^2} - d_2^2 - (d_2^2 - d_1^2) \\ d_{d_3}^{C^2} - d_3^2 - (d_3^2 - d_1^2) \\ \vdots \\ d_{d_n}^{C^2} - d_n^2 - (d_n^2 - d_1^2) \end{array} \right]
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Nell'equazione (3.20) il vettore \mathbf{b} è indicato come vettore aleatorio e quindi, si è sostituito al valore numerico r_i^2 la variabile aleatoria $d_{d_i}^{C^2}$ che, si osservi, è la variabile aleatoria che ha realizzato r_i^2 . Il vettore \mathbf{b}_0 invece non è un vettore aleatorio e, il valore d_i^2 indica il quadrato della distanza *vera* fra il nodo mobile T e l'ancora i -esima che, in forza della correttezza dello stimatore utilizzato per le distanze, coincide con $\mathbb{E}_{d_i} [d_{d_i}^C]$.

Si cercherà ora di determinare il valore della media e della varianza di \mathbf{w} . Per una maggiore chiarezza delle formule, nel proseguo della tesi la variabile aleatoria $d_{d_i}^{C^2}$ verrà indicata con d_i^2 salvo diversamente espresso.

Calcolo della media del rumore di stima

La media di \mathbf{w} è data da:

$$\mathbb{E}[\mathbf{w}] = 0.5 \mathbb{E} \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} d_2^2 - d_2^2 - (d_1^2 - d_1^2) \\ d_3^2 - d_3^2 - (d_1^2 - d_1^2) \\ \vdots \\ d_n^2 - d_n^2 - (d_1^2 - d_1^2) \end{array} \right] \end{array} \right] \tag{3.21}$$

E' chiaro che l'aspettazione della variabile aleatoria d_i^2 , ottenuta con elevamento a quadrato della variabile aleatoria lognormale $d_{d_i}^C$, coincide col momento di ordine due

di $\mathbf{d}_{d_i}^C$ e secondo quanto riportato nella sezione A.2 tale valore è dato da:

$$\mathbb{E} [d_i^2] = d_i^2 e^\gamma ; \quad \gamma = \left(\frac{\sigma \ln(10)}{10n_p} \right) \quad (3.22)$$

Si ha quindi:

$$\mathbb{E} [\mathbf{w}] = 0.5 \begin{pmatrix} (d_2^2 - d_1^2)(e^\gamma - 1) \\ (d_3^2 - d_1^2)(e^\gamma - 1) \\ \vdots \\ (d_n^2 - d_1^2)(e^\gamma - 1) \end{pmatrix} = 0.5(e^\gamma - 1) \begin{bmatrix} d_2^2 - d_1^2 \\ d_3^2 - d_1^2 \\ \vdots \\ d_n^2 - d_1^2 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Si osserva dunque che, in generale, il rumore \mathbf{w} non ha media nulla e perciò, è necessario riscrivere il sistema descritto dall'equazione (3.19) nel modo seguente, al fine di ottenere un rumore di stima fittizio $\tilde{\mathbf{w}}$ con media nulla:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} A & \mathbb{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ \mathbb{E}[w] \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{w}} ; \quad \tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{w} - \mathbb{E}[w] \quad (3.24)$$

dove con $\mathbb{1}$ si è inteso il vettore $n - 1$ -dimensionale $[1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$.

Calcolo della varianza del rumore di stima

La matrice varianza del rumore \mathbf{w} è data da:

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{4} \mathbb{E} [\tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{w}}^T] = \frac{1}{4} \mathbb{E} [(\mathbf{w} - \mathbb{E}[\mathbf{w}])(\mathbf{w} - \mathbb{E}[\mathbf{w}])^T] \\ &= \frac{1}{4} \mathbb{E} [\mathbf{w} \mathbf{w}^T] - \mathbb{E}[\mathbf{w}] \mathbb{E}[\mathbf{w}]^T \end{aligned} \quad (3.25)$$

Si può dimostrare, si veda B.4, che l'elemento di posizione $i - 1, j - 1$ in R è dato da:

$$r_{i-1,j-1} = \begin{cases} d_1^4 e^{2\gamma} (e^{4\gamma} - 1) , & i \neq j \\ d_1^4 e^{2\gamma} (e^{4\gamma} - 1) + d_i^4 e^{2\gamma} (e^{4\gamma} - 1) , & i = j \end{cases} \quad (3.26)$$

E' possibile dunque, attraverso la soluzione della seguente equazione matriciale:

$$\mathbf{L} = \arg \min_L \|\mathbf{A} \mathbf{L} - \mathbf{b}\|_{R^{-1}} = (\mathbf{A}^T R^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T R^{-1} \mathbf{b} \quad (3.27)$$

ottenere la stima della posizione del nodo T prendendo solamente le prime due coordinate del vettore \mathbf{L} .

3.3.3 Simulazioni

In questa sezione sono riportati i risultati di alcune simulazioni svolte al computer riguardanti la localizzazione del nodo mobile T . Le simulazioni hanno voluto determinare quale fosse il numero di nodi àncora necessario al fine di ottenere un errore medio nella localizzazione minore di una soglia predeterminata, in base anche al tipo di posizionamento dei nodi àncora: distribuzione uniforme lungo il bordo dell'area in cui è disposto il nodo T o distribuzione casuale all'interno dell'area. Le simulazioni hanno voluto inoltre investigare quale fosse l'errore medio nel caso ottimo, ottenuto dalle simulazioni precedenti, all'aumentare della varianza σ^2 del modello descritto dall'equazione (2.4).

Nelle figure 3.10, 3.11, 3.12 sono riportati i risultati, mediati su 100 iterazioni, delle simulazioni svolte una volta posto $\sigma^2 = 25$.

Il grafico di figura 3.10 riporta un esempio di disposizione di 40 nodi àncora e delle stime della posizione del nodo mobile ottenuta nel caso che le àncore siano disposte casualmente all'interno dell'area oppure uniformemente lungo il bordo.

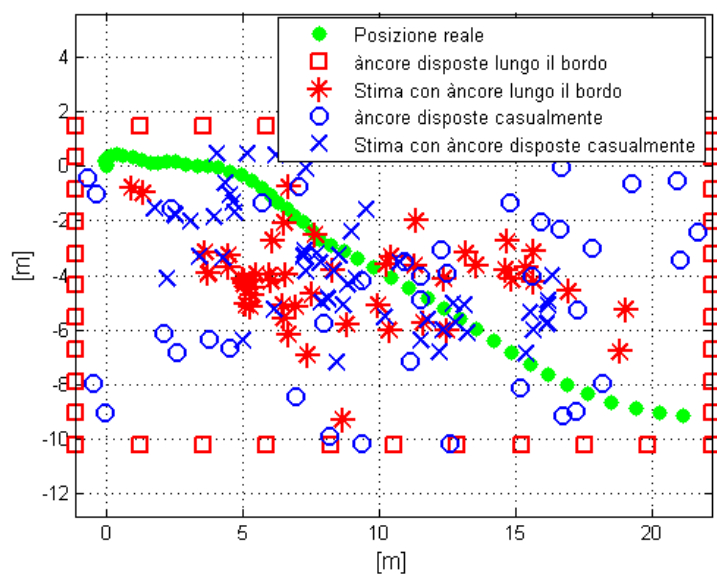


Figura 3.10: Stima e posizione reale del nodo mobile al variare della disposizione e del numero dei nodi àncora.

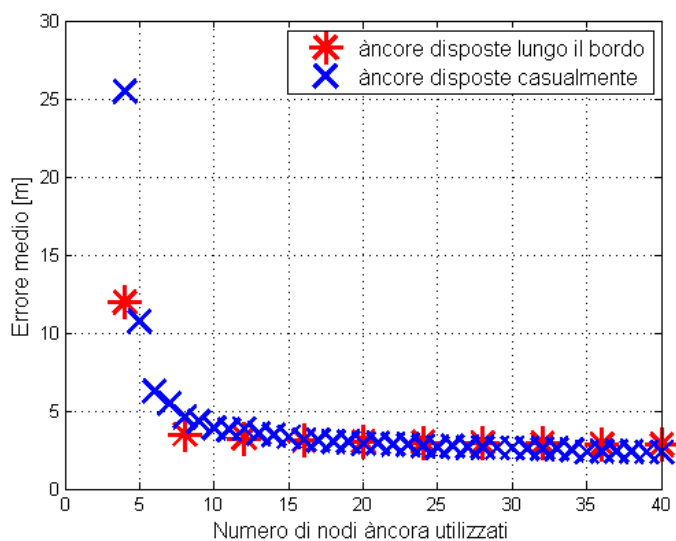


Figura 3.11: Errore medio di localizzazione del nodo mobile al variare della disposizione e del numero dei nodi àncora.

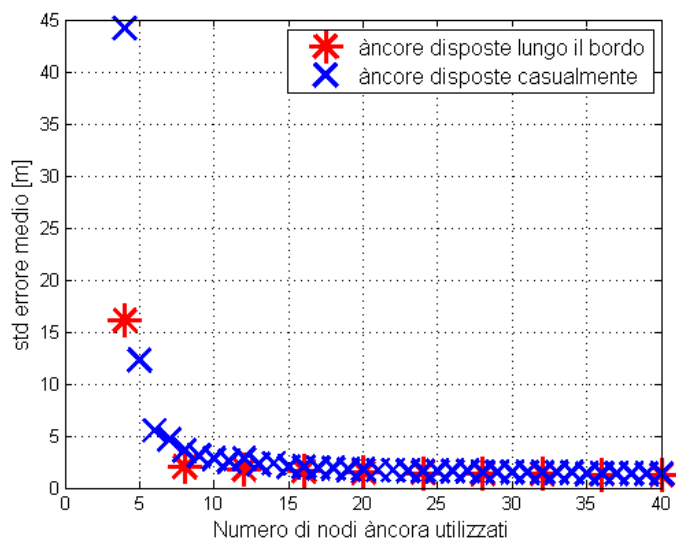


Figura 3.12: Deviazione media standard dell'errore di localizzazione del nodo mobile al variare della disposizione e del numero dei nodi àncora.

Nelle figure 3.11 e 3.12 è invece riportato l'errore medio e la deviazione media standard della stima della posizione del nodo T al variare del numero e della disposizione dei nodi àncora.

Dai grafici si evince che, all'aumentare del numero di nodi àncora, il loro posizionamento è sostanzialmente ininfluenza per l'errore medio stima, mentre per piccoli valori del numero di nodi àncora utilizzati, ad esempio 4 o 8, una disposizione uniforme lungo il bordo dell'area in cui si muove il nodo mobile T porta ad errori medi e a varianze dell'errore di localizzazione inferiori rispetto una disposizione causale dei nodi àncora.

Nella figura 3.13 sono riportati i risultati delle simulazioni relative alla variazione dell'errore medio di stima al variare del parametro σ . Per eseguire la simulazione si è scelto di utilizzare otto nodi àncora disposti uniformemente lungo il bordo dell'area in cui si muove il nodo mobile T ed i risultati sono stati mediati su cento iterazioni.

Dal grafico si osserva come l'errore medio di localizzazione cresca linearmente con σ fino a valori prossimi a $\sigma = 6$ e che, oltre tale valore, il tasso di crescita subisca una leggera diminuzione. Tale variazione è imputabile al fatto che, per $\sigma > 6$, il rapporto fra l'errore medio di stima della distanza e la distanza reale del nodo T dalle diverse àncore, è maggiore dell'ottanta per cento, in particolare, se $\sigma > 7$, tale rapporto è maggiore di 1 e quindi non è più apprezzabile un'ulteriore diminuzione nell'accuratezza della localizzazione.

E' possibile inoltre verificare che, all'aumentare dell'errore di stima della distanza

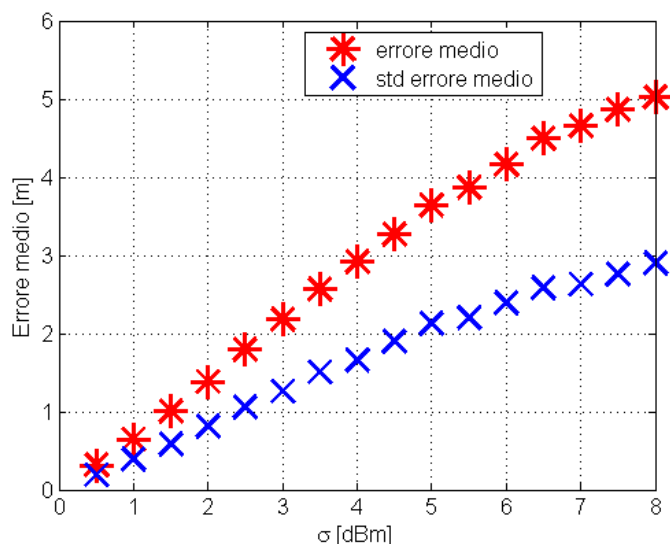


Figura 3.13: Media e deviazione media standard dell'errore di localizzazione del nodo mobile al variare di σ .

fra il nodo T ed i nodi àncora, la posizione del nodo mobile viene ad essere stimata sempre più verso il baricentro dei nodi àncora. Questo fenomeno è dovuto al fatto che la stima della posizione del nodo T avviene attraverso un minimizzazione dell'errore quadratico delle singole stime di distanza dai nodi àncora. Quando perciò la stime della distanza ritornate dai nodi àncora è molto incerta, la posizione che minimizza i possibili errori dei nodi è proprio il baricentro. Le stime di posizione ritornate da alcune simulazioni svolte all'aumentare di σ sono riportate nelle figure 3.14, 3.15 e 3.16 e, per evidenziare il fenomeno ora discusso, si è scelto di disporre i nodi àncora in cerchio, facendo muovere il nodo T lungo una circonferenza di raggio leggermente inferiore rispetto a quella secondo cui sono disposti i nodi àncora.

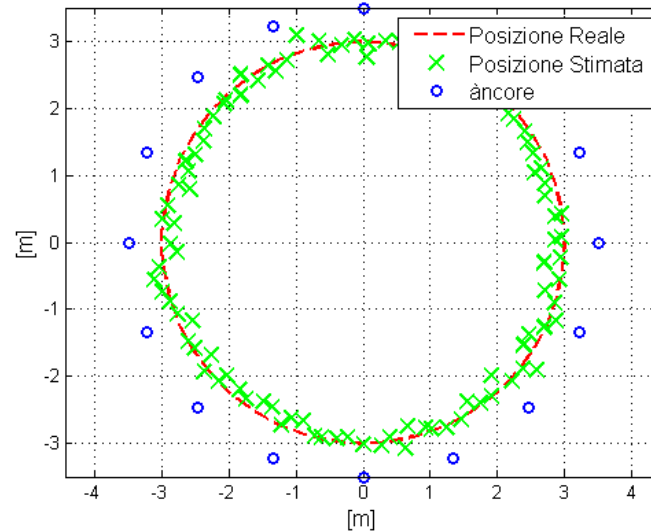


Figura 3.14: Stima e posizione reale del nodo mobile. Raggio nodo mobile 3[m], raggio disposizione àncore 3.5[m], varianza campo elettromagnetico $\sigma^2 = 0.25$.

In figura 3.16 è riportato il caso con $\sigma = 8$, caso in cui, il rapporto fra l'errore della distanza stimata e la distanza stessa è maggiore di uno. In questo caso è evidente come le stime della posizione del nodo mobile convergono verso il centro della circonferenza. In figura 3.17 sono riportate le stime delle distanze ritornate da alcuni nodi àncora al variare del valore di σ . Si osservi il fatto che, al diminuire della distanza fra il nodo mobile e il nodo àncora, le stime delle distanze convergono al valore vero anche per $\sigma = 8$. Ciò nonostante dato che, secondo la configurazione dei nodi àncora scelta nella simulazione, in ogni istante esistono nodi vicini al nodo reale e che quindi, commettono

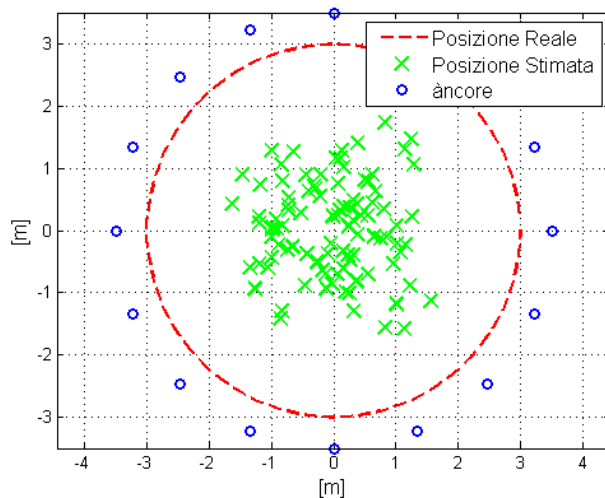


Figura 3.15: Stima e posizione reale nodo del mobile. Raggio nodo mobile 3[m], raggio disposizione àncore 3.5[m], varianza campo elettromagnetico $\sigma^2 = 16$.

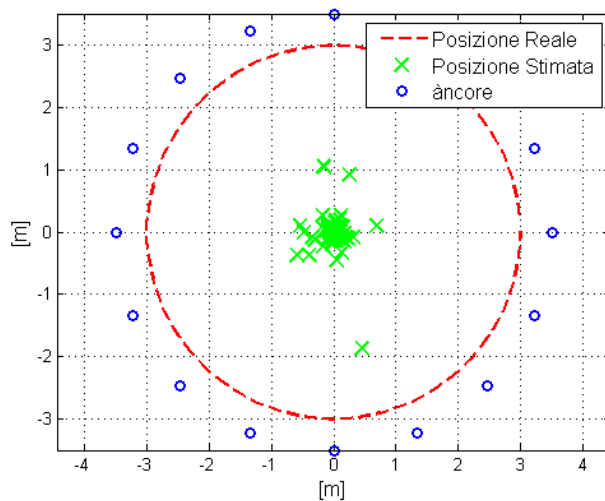


Figura 3.16: Stima e posizione reale del nodo mobile. Raggio nodo mobile 3[m], raggio disposizione àncore 3.5[m], varianza campo elettromagnetico $\sigma^2 = 64$.

errori di stima ridotti, ma in numero molto inferiore ai nodi che rilevano il nodo T con un grande errore di stima, la posizione media stimata del nodo T tende comunque ad essere posizionata al centro della circonferenza.

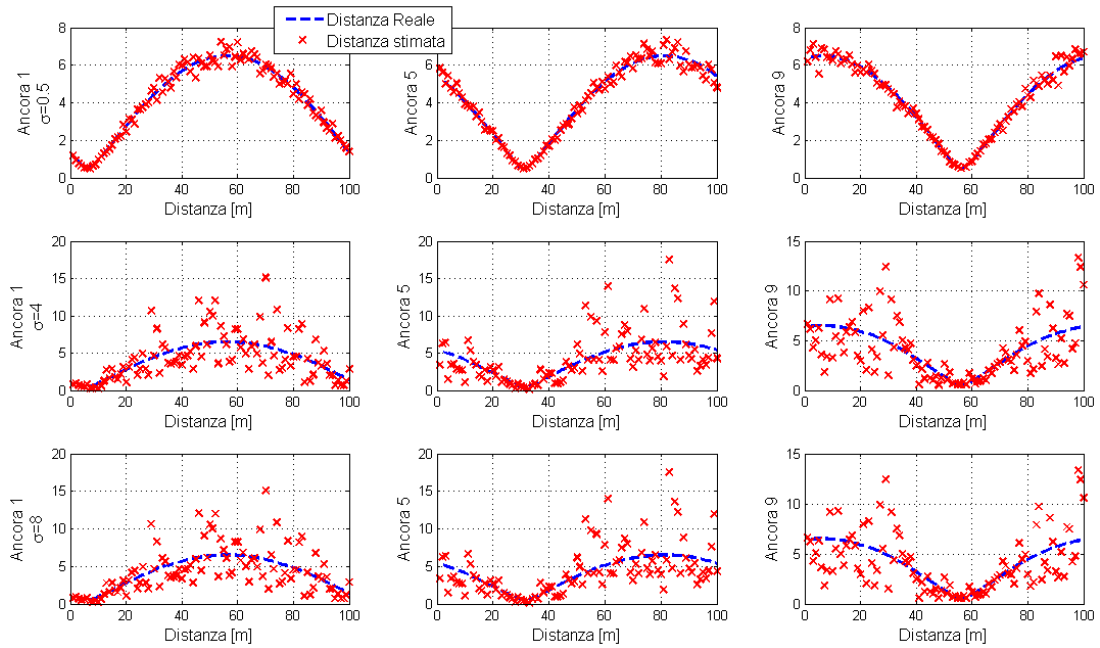


Figura 3.17: Stima e distanze reali del nodo mobile da alcuni nodi àncora al variare di σ .

3.3.4 Filtraggio delle stime con il filtro di Kalman

E' possibile migliorare ulteriormente le stime della posizione del nodo mobile T utilizzando un filtro, come ad esempio quello di Kalman, che tenga conto del fatto che, ragionevolmente, la traiettoria seguita da un nodo mobile T sia descrivibile per mezzo di un sistema dinamico tempo continuo in cui la velocità varia nel tempo con una certa continuità.

Si assuma quindi come stato del sistema la posizione e la velocità del nodo T lungo le coordinate x ed y :

$$x = \begin{bmatrix} \dot{T}_x & T_x & \dot{T}_y & T_y \end{bmatrix}^T \quad (3.28)$$

Il sistema dinamico che descrive la traiettoria di T è dato da:

$$\begin{cases} \dot{x} = A x + B u \\ y = C x + D u \end{cases} \quad (3.29)$$

dove u è un ingresso incognito che determina la traiettoria seguita dal nodo T . Per semplificare il filtro, è possibile supporre un disaccoppiamento fra il moto lungo l'asse

x e lungo l'asse y , ottenendo così una matrice A del tipo:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 & 0 \\ a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_5 & a_6 \\ 0 & 0 & a_7 & a_8 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

che descrive due sistemi indipendenti di ordine due. Se si suppone che la dinamica del sistema lungo le coordinate x coincide con la dinamica del sistema lungo le coordinate y , si possono allora utilizzare due filtri indipendenti e identici per la stima delle coordinate, con una conseguente semplificazione dell'algoritmo che simula il comportamento del filtro.

L'evoluzione del sistema lungo un asse può dunque essere descritta come:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w \\ \dot{y} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x + 1 v \end{cases} \quad (3.31)$$

dove w è un processo aleatorio di rumore bianco, gaussiano, a media nulla e con varianza σ_w , indipendente dal processo v anch'esso bianco, gaussiano, a media nulla e di varianza σ_v . Il processo w , detto anche rumore di modello, indica la rapidità della variazione di velocità del nodo T , mentre il processo v , detto rumore di osservazione, rappresenta l'errore commesso nella stima della coordinata, lungo l'asse delle ascisse o delle ordinate, del nodo T .

Il modello tempo discreto ottenuto a partire dal modello (3.31) è il seguente:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ T & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} T \\ T^2/2 \end{bmatrix} w(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + 1 v(t) \end{aligned} \quad (3.32)$$

e la varianza del rumore di modello nel nuovo sistema tempo discreto è data da³:

$$Q = \sigma_w^2 \int_0^T e^{A\tau} B B^T e^{A^T \tau} d\tau = \sigma_w \begin{bmatrix} T & T^2/2 \\ T^2/2 & T^3/3 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

La varianza del rumore di misura R è invece data da:

$$R = \sigma_v^2 \quad (3.34)$$

³Per la spiegazione delle formule si veda ad esempio [14]

si noti che, per ipotesi, la correlazione $S = \mathbb{E}[wv']$ fra i due processi è nulla.

Per determinare un possibile valore della varianza dell'errore di osservazione, si è utilizzata l'informazione sull'errore medio riportato nel grafico di figura 3.11. Tale grafico riporta la media del modulo del vettore \mathbf{e} , dato dalla differenza fra la posizione stimata e la posizione reale del nodo T . Supponendo di scomporre il vettore \mathbf{e} nelle componenti \mathbf{e}_x ed \mathbf{e}_y , è possibile scrivere:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (3.35)$$

dove σ_e rappresenta il valore medio del modulo di \mathbf{e} e, σ_x e σ_y , rappresentano il valore medio dei moduli rispettivamente di \mathbf{e}_x e \mathbf{e}_y . Si noti inoltre che σ_x e σ_y rappresentano proprio le deviazioni medie standard dei rumori v , del filtro lungo l'asse x e lungo l'asse y , che si vogliono determinare. E' ragionevole supporre che il vettore \mathbf{e} si distribuisca in modo uniforme lungo le varie direzioni, ottenendo così:

$$\sigma_{x,y} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \quad (3.36)$$

Il filtro di Kalman tempo invariante che si ottiene a partire dal sistema (3.32), avente le matrici di correlazione dei rumori Q ed R sopra indicate, è dunque dato da:

$$\hat{T}(t+1|t+1) = A\hat{x}(t|t) + L[y(t+1) - C\hat{A}(t|t)] \quad (3.37)$$

$$L = PC'\Lambda^{-1}$$

$$\Lambda = CPC' + R$$

dove P è la soluzione della ARE (Algebraic Riccati Equation):

$$P = A[P - PC'(CPC' + R)^{-1}CP]A' + Q \quad (3.38)$$

Di seguito sono riportate alcune simulazioni relative alla stima della posizione del nodo mobile T utilizzando sia il filtro di Kalman sopra descritto, sia i dati non mediati. Nelle simulazioni si sono utilizzati otto nodi ancora disposti lungo il bordo dell'area entro cui si è spostato il nodo T . La varianza del rumore di misura del filtro è stata determinata attraverso una relazione lineare del tipo $\sigma_{x,y} = k\sigma$ dove k è dato da un'interpolazione lineare dei dati relativi alla figura 3.11.

Nelle figure 3.18 e 3.19 sono riportati i grafici relativi rispettivamente alla media e alla deviazione media standard dell'errore di stima al variare di σ , sia nel caso si utilizzi il filtro di Kalman, sia nel caso in cui il filtro non sia utilizzato.

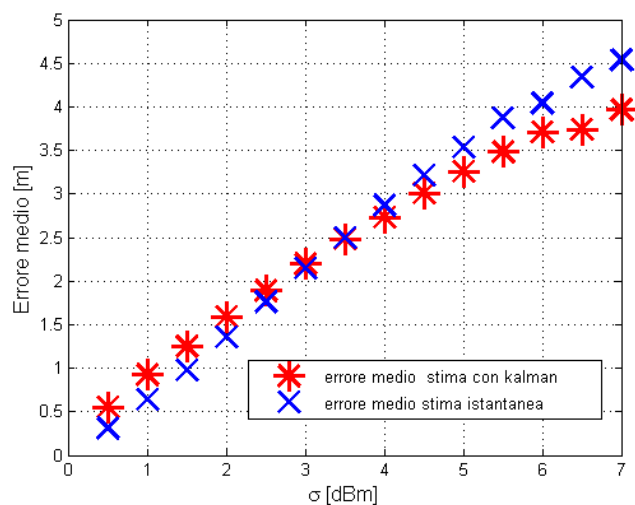


Figura 3.18: Errore medio della stima della posizione di un nodo mobile con e senza filtro di Kalman, $\sigma = 0.5$ [dBm].

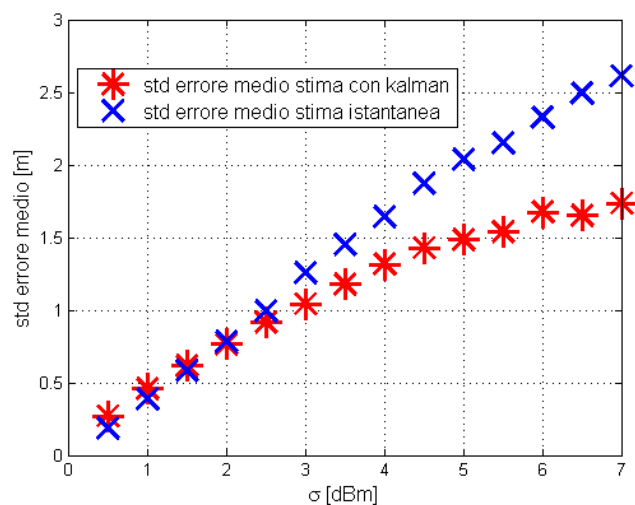


Figura 3.19: Deviazione media standard dell'errore di stima della posizione di un nodo mobile con e senza filtro di Kalman, $\sigma = 0.5$ [dBm].

Dai grafici si osserva come, per valori di σ inferiori a 4, la stima della posizione effettuata col filtro di Kalman ritorni dei risultati leggermente peggiori rispetto alla stima istantanea. Per $\sigma > 4$ invece, la stima svolta col filtro di Kalman tende ad essere una stima più precisa rispetto a quella istantanea. Per quanto riguarda la deviazione

media standard dell'errore si osserva che, generalmente, la stima col filtro di Kalman ritorna dei risultati paragonabili ad una stima istantanea per valori di σ minori di 2 e risultati leggermente migliori per valori superiori di σ .

Le figure 3.20 e 3.21 mostrano la stima della posizione del nodo mobile T sul piano x, y e nel tempo. Nella figura si nota come la stima della posizione svolta col filtro di Kalman introduca un errore maggiore rispetto alle stime istantanee in quanto il modello non è in grado di seguire correttamente le variazioni rapide di direzione del nodo.

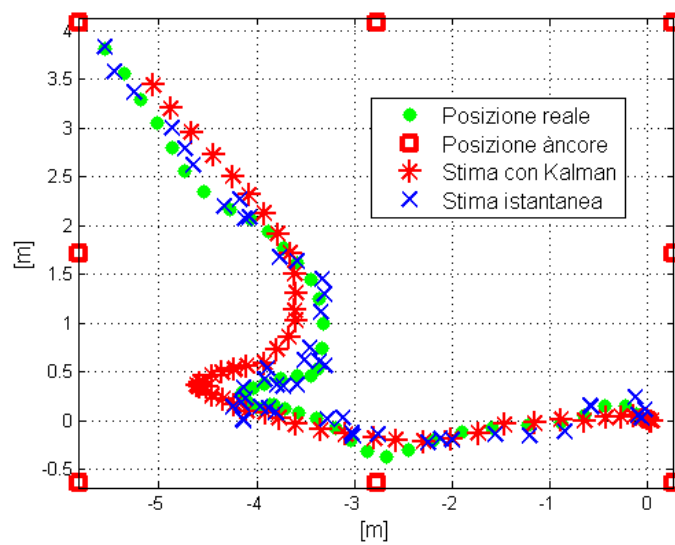


Figura 3.20: Stima della posizione di un nodo mobile T con e senza filtro di Kalman, $\sigma = 0.5[\text{dBm}]$.

Le figure 3.22 e 3.23 riportano invece le simulazioni relative alla stima della posizione del nodo mobile quando $\sigma = 5$. In questo caso è possibile osservare che le stime istantanee sono poco significative e che, l'errore dovuto alla stima con il filtro di Kalman è minore rispetto all'errore dato dalle stime istantanee solamente a seguito del fatto che il filtro non considera le stime che cadono troppo distanti da quelle precedentemente analizzate, realizzando in questo modo una riduzione dell'errore di stima. Si deve però osservare che in entrambi i casi la qualità della stima è scarsa.

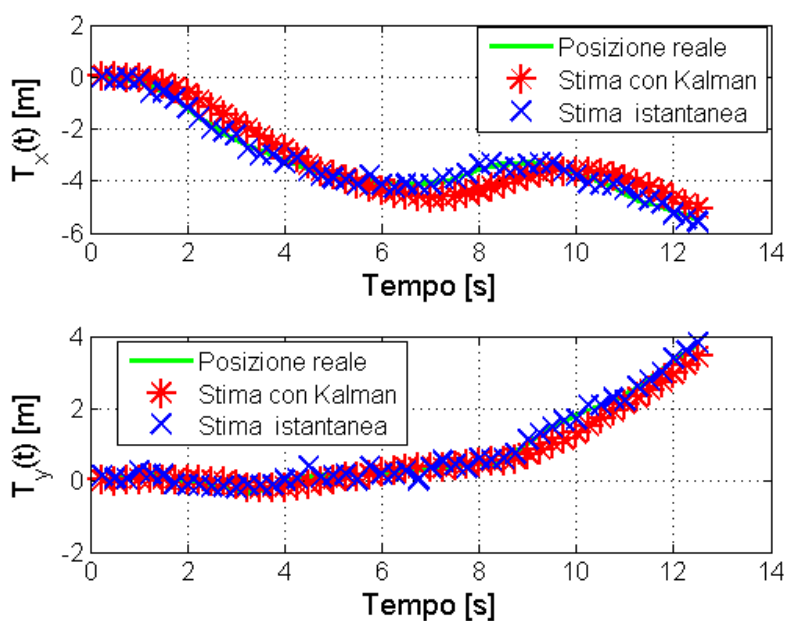


Figura 3.21: Posizioni del nodo mobile stimate nel tempo con e senza filtro di Kalman. $\sigma = 0.5$ [dBm].

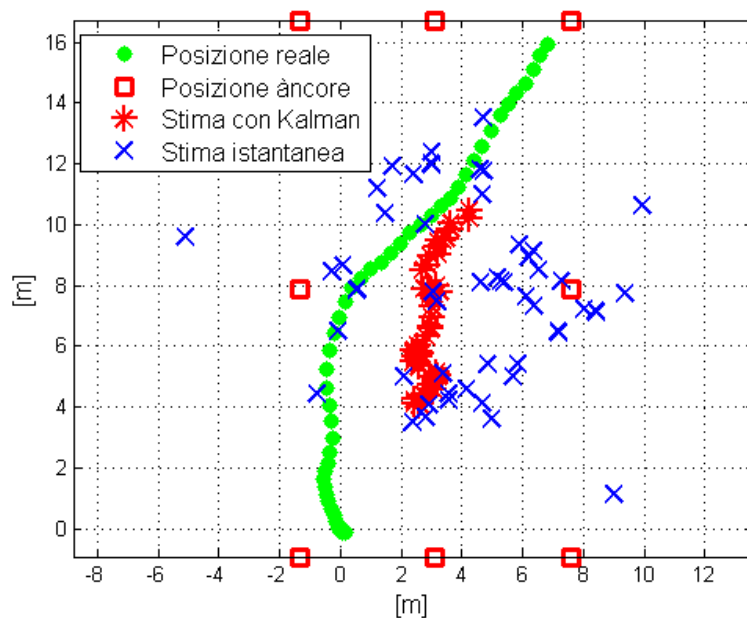


Figura 3.22: Stima della posizione di un nodo mobile T con e senza filtro di Kalman, $\sigma = 5$ [dBm].

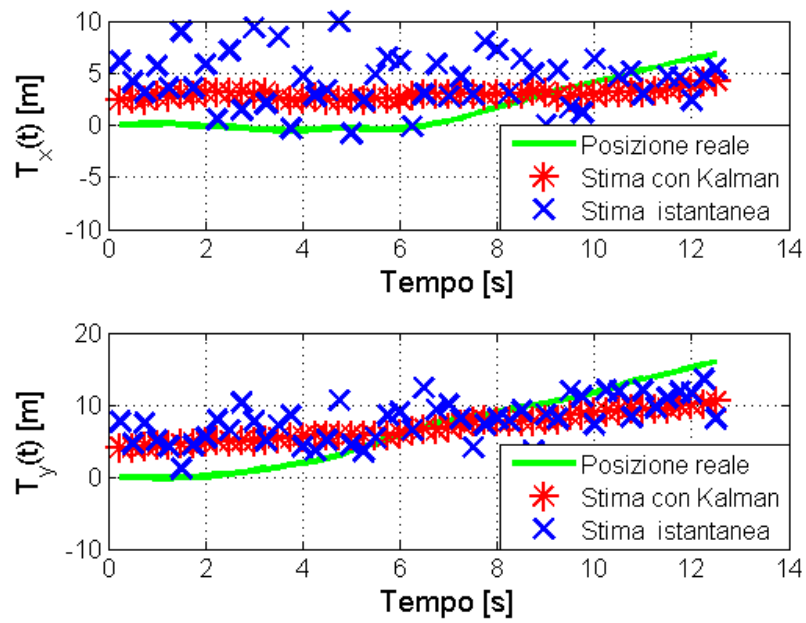


Figura 3.23: Posizioni del nodo mobile stimate nel tempo con e senza filtro di Kalman, $\sigma = 5$ [dBm].

Capitolo 4

Risultati sperimentali ottenuti

Gli algoritmi esposti nei capitoli precedenti sono stati implementati in java grazie soprattutto all'aiuto di altri tre laureati della facoltà di Ingegneria dell'Informazione dell'Università di Padova: Riccardo Sala, Stefano Dazzo e Vincenzo Vettorelli. Grazie alla loro collaborazione infatti, è stato possibile creare un'interfaccia grafica per il dialogo coi nodi della rete e apportare continue modifiche al programma di gestione dei nodi sviluppato in nesC.

Un esempio di come si presenti l'interfaccia grafica sviluppata è riportato in figura 4.1.

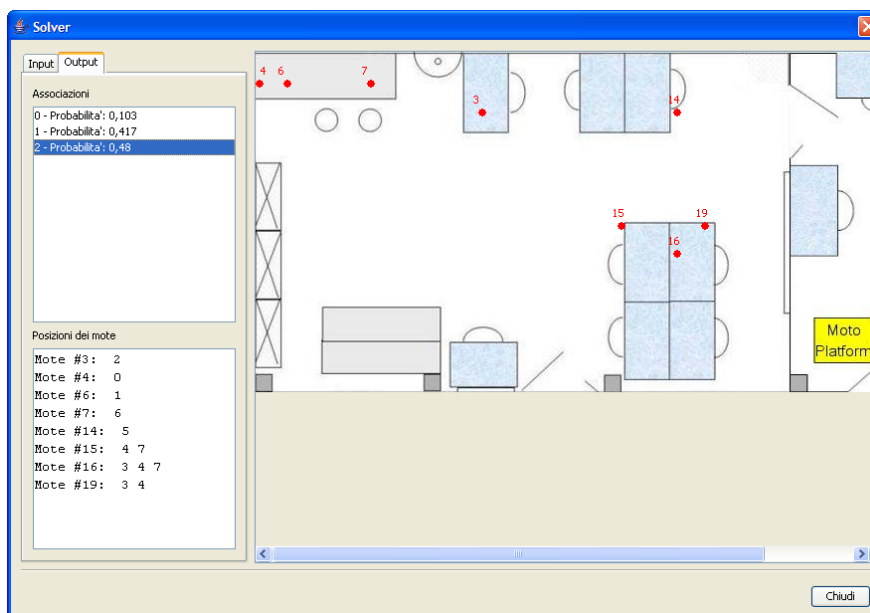


Figura 4.1: Esempio dell'interfaccia grafica sviluppata.

Le prove di autolocalizzazione della rete di sensori si sono svolte nel laboratorio di Navigazione autonoma e Visione computazionale (NAVLAB) del Dipartimento d'Ingegneria dell'Informazione (DEI) dell'Università di Padova.

Il laboratorio è lungo 9[m] e largo 6[m] e al suo interno si trovano posizionati tavoli e alcuni computer come riportato nella piantina di figura 4.2. L'ambiente non presenta muri divisori ed è quindi ottimo per le prove degli algoritmi anche se, essendo posto in prossimità di altri laboratori, è soggetto ad un discreto livello di rumore elettromagnetico prodotto dalle apparecchiature in essi presenti.

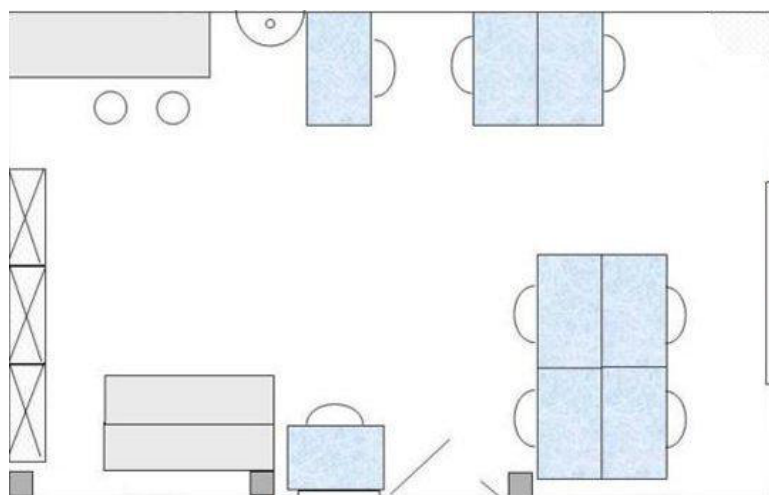


Figura 4.2: Pianta in scala del laboratorio NAVLAB, dimensioni 9[m]x6[m].

4.1 Autolocalizzazione

Per raccogliere le informazioni dalla rete relative alle potenze minime di comunicazione fra i nodi ed i valori di RSS misurati da ciascun nodo e, al fine di limitare la possibilità di collisioni dei pacchetti, si sono programmati i nodi ancora in modo che inviassero un pacchetto di ping in un istante casuale all'interno di un periodo di 250[ms]e, ogni pacchetto di ping è trasmesso ciclicamente alle seguenti potenze $[-54, -51, -45, -25, -15]$ [dBm]. Si noti che, con le particolari potenze scelte, tutti i nodi del laboratorio erano in grado di comunicare fra loro e quindi non vi è stata la necessità di applicare algoritmi di routing.

Per determinare la potenza minima di comunicazione con il resto della rete, fra l'invio di un ping ed il successivo, ogni nodo è stato programmato per restare in ascolto

del canale, in attesa di ricevere pacchetti di ping da parte di altri nodi e, nel caso in cui il pacchetto ricevuto generi un valore di LQI superiore ad una soglia preimpostata, esso viene analizzato e confrontato con quelli già ricevuti per determinare la potenza minima di comunicazione e il valore di RSS con cui è in grado di rilevare gli altri nodi. I nodi sono inoltre programmati per inviare, allo scadere di un tempo prefissato, in broadcast e a massima potenza tutte le informazioni raccolte e così facendo, il nodo connesso al computer è in grado di ricevere tali informazioni dalla rete e di passare tali dati al programma di localizzazione.

Per determinare correttamente il valore di RSS col quale ogni nodo rileva gli altri nodi e, al fine di ridurre i disturbi nel canale, come ad esempio le interferenze dovute al passaggio delle persone, ogni nodo media il valore di RSS dei pacchetti ricevuti e non scartati, relativi alla potenza di comunicazione minima con ogni nodo. Una volta che sono state inviate in broadcast le informazioni raccolte nell'intervallo temporale fissato, il nodo determina un nuovo valore della media dei valori di RSS e tale nuovo valore, aggiorna la media precedente. Si ottiene in questo modo che il valore della media della potenza ricevuta diviene stabile e può essere considerato corretto anche in presenza di disturbi temporanei sul canale.

Una volta che il nodo connesso al computer ha raccolto le informazioni da parte di tutti i nodi della rete, è possibile eseguire il programma di autolocalizzazione. Un esempio di come appaiano le informazioni raccolte dalla rete è riportato in figura 4.3. Ottenute tutte le associazioni possibili, se queste non eccedono una soglia impostata da interfaccia grafica, il programma determina la probabilità di ciascuna associazione e ritorna all'utente solamente quelle con probabilità superiore ad un'ulteriore prefissata soglia.

Si è verificato sperimentalmente che, introducendo nell'algoritmo la posizione del nodo ancora che rileva gli altri nodi alle potenze più alte si riduce il numero di associazioni possibili generate dal programma di autolocalizzazione e in particolare, le associazioni possibili sono ridotte in misura molto maggiore rispetto al caso in cui sia introdotta la posizione di un nodo che rileva il resto della rete a potenze minime. A seguito di questa osservazione si è deciso di inserire nell'algoritmo una funzione in grado di consigliare, nel caso il numero di associazioni ritornate sia troppo elevato, la coordinata di quale nodo inserire nel programma.

L'output prodotto dall'algoritmo di autolocalizzazione è mostrato in una finestra come quella riportata in figura 4.4. Si osservi nella figura come l'algoritmo indichi sia

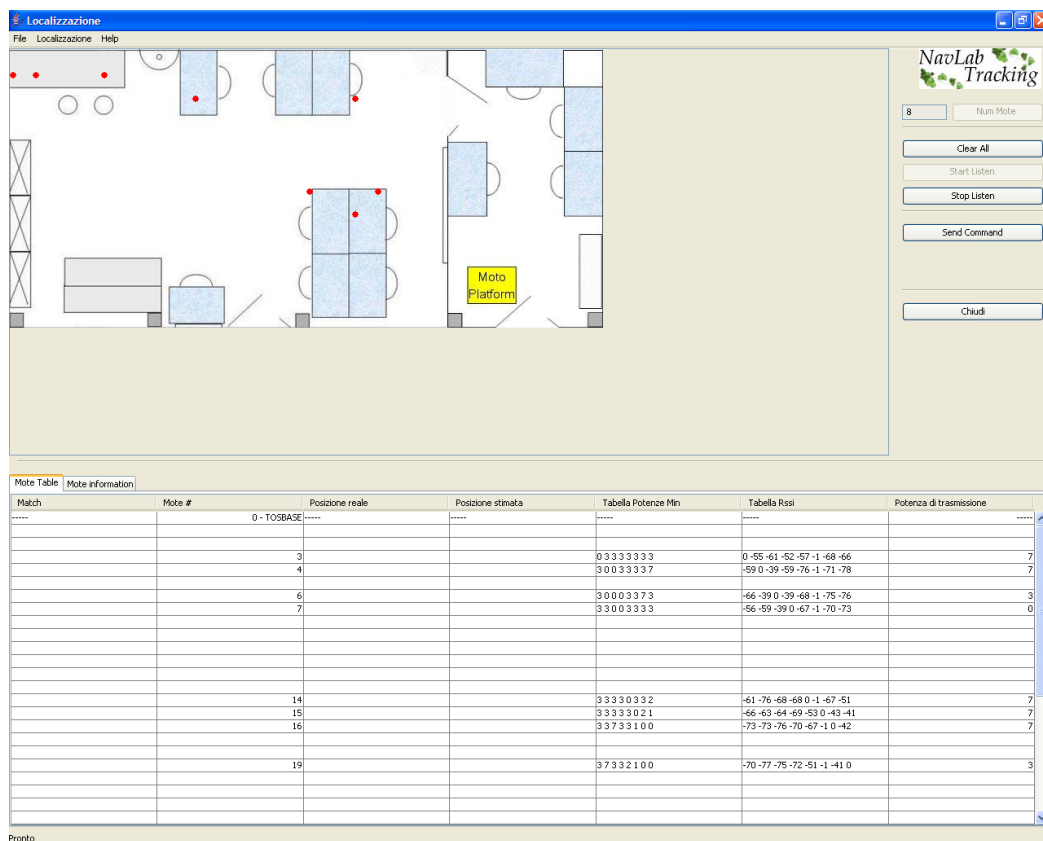


Figura 4.3: Esempio di come si presenti l'interfaccia grafica durante la raccolta delle informazioni dei nodi della rete. In alto è visibile la mappa del laboratorio, in basso le informazioni raccolte da ogni nodo e sulla destra i pulsanti per inviare i comandi alla rete.

la probabilità di ogni singola associazione sia quali nodi non siano stati posizionati univocamente.

Anche se si sono svolte svariate prove di autolocalizzazione, variando il numero e la posizione dei nodi utilizzati, non è stato possibile determinare una statistica dell'algoritmo per confrontarla con quanto simulato e quindi, non è possibile determinare con certezza la prestazioni dell'algoritmo. Le prove svolte hanno però indicato che l'algoritmo riesce a localizzare i nodi, ritornando poche associazioni, anche nel caso in cui questi siano molto numerosi.

Ulteriori prove svolte in laboratorio hanno evidenziato il fatto che, un posizionamento dei nodi vicino a spigoli dei muri o a differenti altezze l'uno dall'altro, tende a

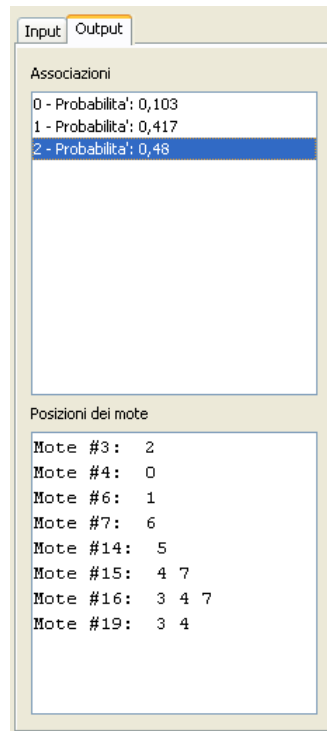


Figura 4.4: Esempio di output prodotto dall'algoritmo di autolocalizzazione.

produrre misure fortemente distorte nel valore delle potenze minime rilevate e che è bene posizionare tutti i nodi alla stessa altezza dal terreno.

4.2 Tracking

Per il problema del tracking si è scelto di programmare il nodo mobile T in modo che invii un messaggio di ping ogni 250[ms] a diverse potenze di trasmissione. In questo caso il valore di potenza del campo elettromagnetico ricevuto dai diversi nodi ancora è mediato su tutte le potenze, non solamente sulla minima ricevuta. Ogni nodo ancora media dunque il valore di potenza ricevuta del campo elettromagnetico e invia questo valore, attraverso un particolare pacchetto, al nodo centrale. Le informazioni rilevate dal nodo centrale vengono poi utilizzate come espresso in precedenza.

Dato che le simulazioni relative all'utilizzo del filtro di Kalman nella sezione 3.3.4 avevano evidenziato che non vi è un notevole aumento dell'accuratezza della localizzazione rispetto all'utilizzo dei dati non filtrati, si è deciso di non implementare nel software alcun filtro di Kalman.

La soluzione dell'equazione (3.24) ai minimi quadrati pesati è stato implementata con tecniche risolutive numericamente stabili come la decomposizione ai valori singolari o la decomposizione QR. In entrambi i casi le prestazioni dell'algoritmo si avvicinano a quanto ottenuto in fase di simulazione. Anche nei casi reali infatti, la posizione del nodo mobile è stimata generalmente al centro della stanza e inoltre, la stima della posizione del nodo mobile aumenta nell'accuratezza all'aumentare del numero di nodi ancora utilizzati.

In figura 4.5 è riportata la videata che appare durante il processo di localizzazione del nodo mobile. La posizione reale del nodo è indicata dalla X scura mentre la posizione stimata è indicata da un pallino. Le circonferenze tracciate rappresentano la distanza a cui è stimato il nodo mobile dalle diverse àncore. Si osservi come in questo caso, essendo il nodo in una zona centrale della stanza, esso viene localizzato in maniera corretta. Nella figura i nodi àncora sono indicati dai cerchi scuri.

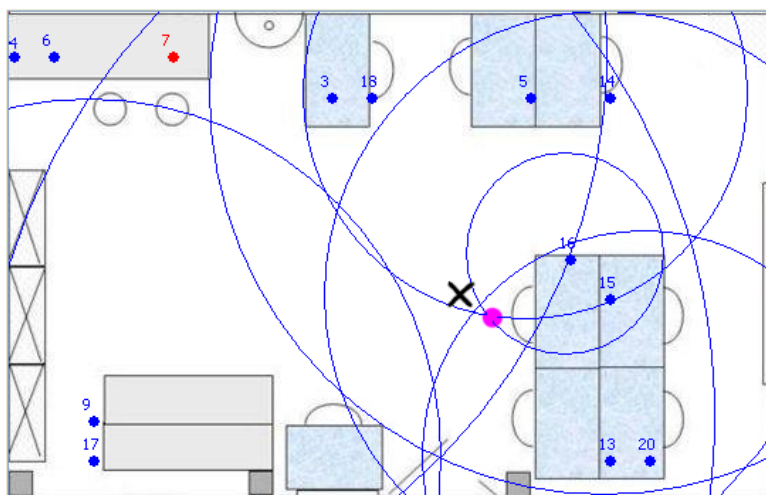


Figura 4.5: Esempio di output prodotto dall'algoritmo di autolocalizzazione. La posizione reale del nodo è indicata dalla X scura mentre la posizione stimata è indicata dal pallino.

In figura 4.6 è riportato un esempio di tracking in cui il nodo mobile è stato posizionato nelle vicinanze del bordo della stanza. Si nota in questo caso che la stima del nodo mobile diviene poco accurata, anche in funzione del fatto che, le stesse stime di distanza dei nodi àncora sono poco accurate.

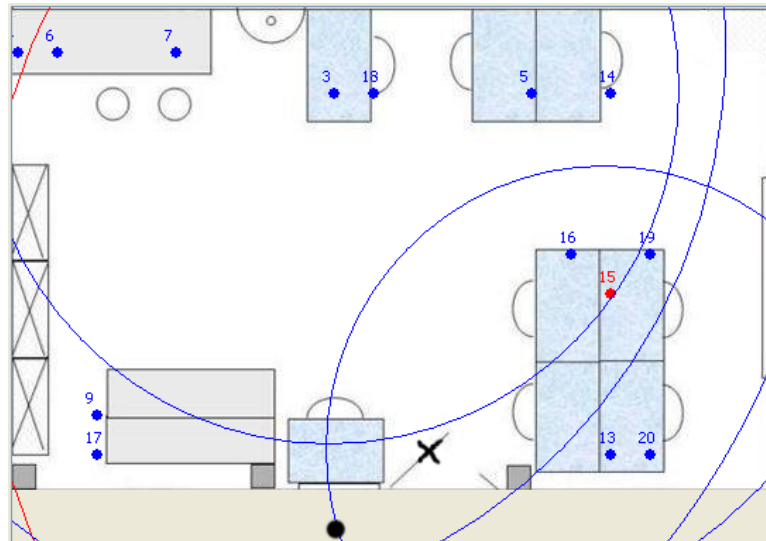


Figura 4.6: Esempio di output prodotto dall'algoritmo di autolocalizzazione.

Ulteriori esempi di localizzazione sono riportati nelle figure 4.7, 4.8, 4.9. Si osservi nuovamente che, nel caso della figura 4.7, avendo posto il nodo mobile lungo il bordo dell'area controllata, la stima della posizione sia affetta da notevole errore, mentre negli altri casi la stima della posizione del nodo mobile sia sufficientemente accurata.

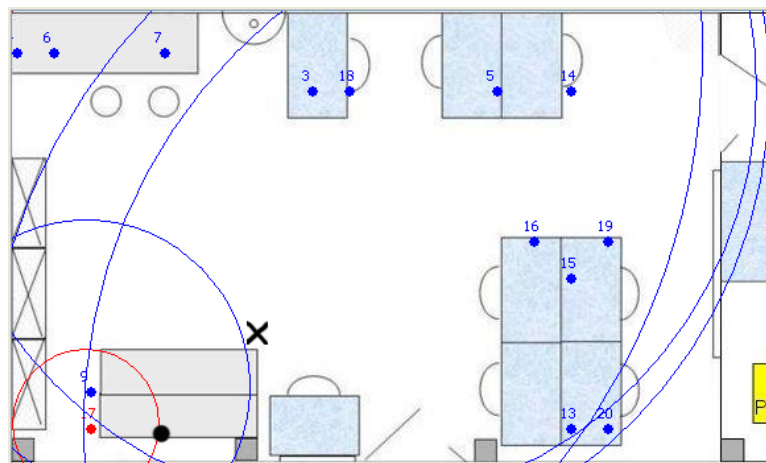


Figura 4.7: Esempio di output prodotto dall'algoritmo di autolocalizzazione.

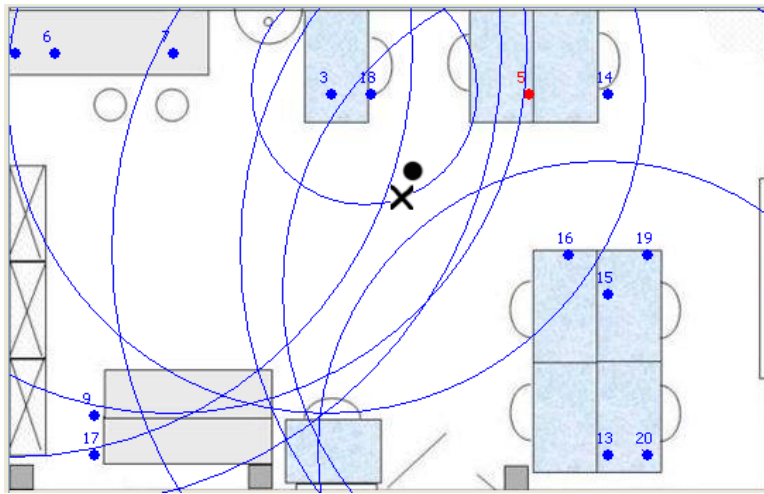


Figura 4.8: Esempio di output prodotto dall'algorithmo di autocalizzazione.

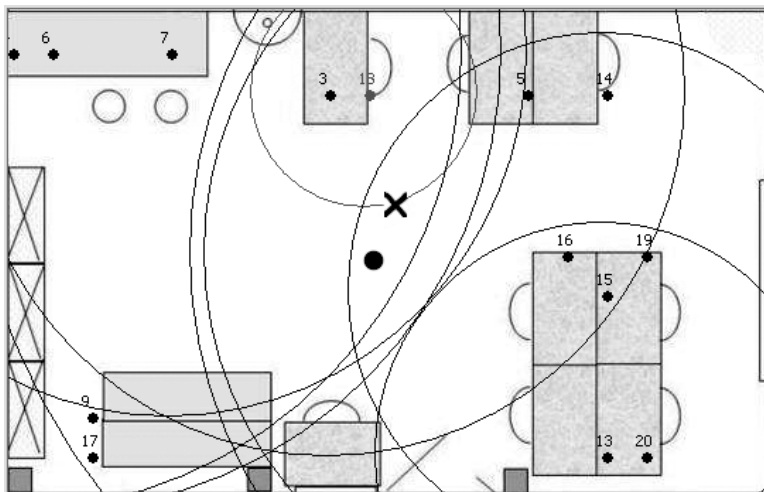


Figura 4.9: Esempio di output prodotto dall'algorithmo di autocalizzazione.

Conclusioni

Nella tesi si è presentato un sistema di localizzazione per i nodi di una rete wireless per la risoluzione di due problemi: autolocalizzazione di nodi ancora fissi e localizzazione di un nodo mobile. Il problema dell'autolocalizzazione affrontato nella tesi è nuovo in letteratura in quanto, in questo caso, sono note le possibili coordinate dei nodi wireless e, ciò che si cerca, è l'associazione nodo coordinata.

Nella tesi sono stati presentati inizialmente i risultati ottenuti dalle misure svolte coi nodi in ambiente aperto e in ambienti chiusi, verificando che solo il valore della potenza del campo elettromagnetico ricevuto e la connettività fra i nodi portano informazioni utili ai fini della localizzazione. Si è inoltre verificato che il modello:

$$P(d) = A - P_{TX} - 10n_p \log(d) + \mathcal{X}_\sigma \quad (4.1)$$

proposto in diversi articoli, quali ad esempio [29], [28], [11], descrive correttamente le misure della potenza del campo elettromagnetico ricevuto al variare della distanza fra trasmettitore e ricevitore, ma che anche, il valore della varianza del modello è elevata. Nel capitolo 3 si è dimostrato come lo stimatore di massima verosimiglianza relativo al modello descritto dall'equazione 4.1 non sia uno stimatore corretto e quindi, ne è stato proposto un altro, corretto, la cui varianza è prossima al valore dato dal limite di Cramer-Rao.

Le simulazioni svolte sull'algoritmo di autolocalizzazione hanno indicato come questo possieda buone capacità di localizzazione dei nodi ancora anche in presenza di un forte rumore elettromagnetico sovrapposto al segnale generato dai nodi, si vedano ad esempio le figure 3.4 e 3.5. Le prove di autolocalizzazione svolte in laboratorio hanno verificato le buone prestazioni dell'algoritmo evidenziate già in fase di simulazione, anche se ulteriori prove dovranno essere eseguite. L'algoritmo sviluppato attualmente è in grado di funzionare correttamente solo in ambienti privi di muri divisorii, come il laboratorio NAVLAB in cui le prove si sono svolte. E' possibile comunque, utilizzando

un modello che compensi per l'attenuazione dei muri, come ad esempio quello utilizzato nel progetto RADAR [29], sviluppare ulteriormente l'algoritmo in modo che possa localizzare correttamente tutti i nodi fissi all'interno di un'abitazione.

L'algoritmo di localizzazione di un nodo mobile che è stato sviluppato, ha ritornato dei risultati accettabili e paragonabili con quanto ottenuto in altri articoli esistenti in letteratura. Si è osservato inoltre che la stima della posizione del nodo mobile degrada fortemente, riportando alcune volte notevoli errori di stima, quando il nodo si avvicina al bordo dell'area sottoposto al controllo. Tale algoritmo è dunque ancora poco accurato e richiede un ulteriore studio.

E' necessario precisare che recentemente si è riusciti a sviluppare un algoritmo di tipo greedy che determina la posizione di un nodo mobile pesando le coordinate dei nodi ancora secondo le distanze stimate. Tale algoritmo è in grado, secondo le prime prove svolte in laboratorio, di localizzare con un'accuratezza molto superiore all'algoritmo presentato la posizione del nodo mobile. Anche questo nuovo algoritmo comunque, richiede un ulteriore e approfondito studio.

Appendice A

Distribuzioni di probabilità notevoli e disuguaglianza di Cramèr-Rao

A.1 La variabile aleatoria Gamma

La variabile aleatoria Gamma ricorre spesso in ambiti di stima bayesiana essa è definita da due parametri $a > 0$ e $p > 0$ ed ha densità di probabilità:

$$f_{\mathcal{X}}(x) = \frac{a^p e^{-ax} x^{p-1}}{\Gamma(p)} ; \quad 0 < x < +\infty \quad (\text{A.1})$$

dove $\Gamma(p)$ è data da:

$$\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} t^{p-1} e^{-t} dt \quad (\text{A.2})$$

La distribuzione di probabilità di \mathcal{X} è data da:

$$F_{\mathcal{X}}(x) = 1 - \frac{\int_0^x t^{p-1} e^{-t} dt}{\Gamma(p)} \quad (\text{A.3})$$

I momenti di ordine n sono dati da:

$$\mathbb{E}[\mathcal{X}^n] = \left(\frac{a}{a-n} \right)^p \quad (\text{A.4})$$

in particolare i momenti del primo e del secondo ordine sono dati da:

- $\mu = \frac{p}{a}$;

- $\sigma^2 = \frac{p}{a^2}$.

Nelle figure A.1 e A.2 sono riportate alcuni esempi di densità e di distribuzione di probabilità di variabili aleatorie Gamma al variare dei parametri a e p .

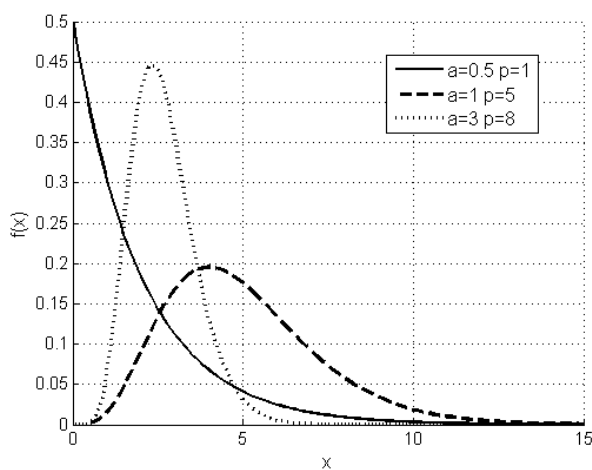


Figura A.1: Esempio di densità di probabilità di alcune variabili aleatorie gamma al variare di a e p .

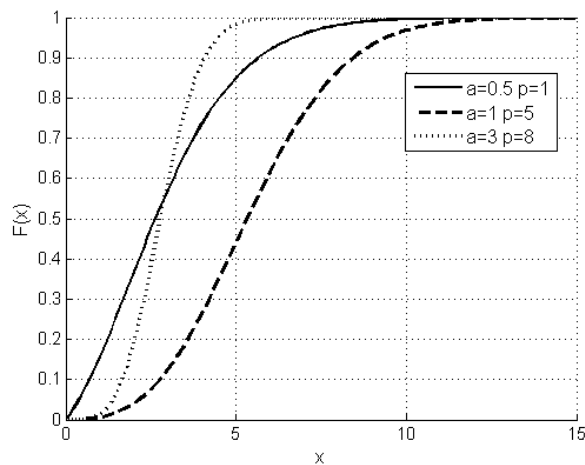


Figura A.2: Esempio di distribuzione di probabilità di alcune variabili aleatorie gamma al variare di a e p .

La variabile aleatoria Gamma è molto utilizzata in statistica e possiede diverse proprietà tra le quali la seguente:

Proposizione A.1.1 *La variabile aleatoria Gamma tende, al tendere di p verso $+\infty$, ad una variabile aleatoria Gaussiana di media $\frac{p}{a}$ e varianza $\frac{p}{a^2}$.*

Per la dimostrazione della proposizione si veda ad esempio [16].

A.2 La distribuzione lognormale

Definizione A.2.1 *Una variabile aleatoria \mathcal{X} si dice lognormale di parametri m e s se $\ln(\mathcal{X})$ è una variabile aleatoria gaussiana di media m e varianza s^2 .*

La densità di probabilità di una v.a. lognormale è data da:

$$f_{\mathcal{X}}(x) = \frac{1}{xs\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-m}{s}\right)^2}; \quad x \geq 0, m > 0, s > 0 \quad (\text{A.5})$$

Se $m = 0$ e $s = 1$ la variabile \mathcal{X} è detta variabile aleatoria lognormale standard. In figura A.3 è riportata la densità di probabilità di una distribuzione lognormale con $s = 1$ ed $m = 1$.

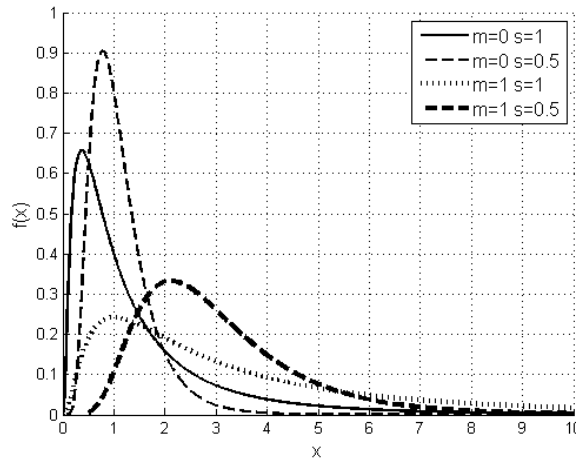


Figura A.3: Esempio di densità di una variabile aleatoria lognormale per diversi valori di m e s .

I momenti di ordine n di una variabile lognormale sono dati da:

$$\mathbb{E}[\mathcal{X}^n] = e^{\left(nm + \frac{n^2 s^2}{2}\right)} \quad (\text{A.6})$$

In particolare, si che la media e la varianza sono date da:

$$\mu = e^{\frac{2m+s^2}{2}} \quad (\text{A.7})$$

$$\sigma^2 = e^{2m+2s^2} - e^{2m+s^2} \quad (\text{A.8})$$

Se sono noti i valori di μ e σ i valori di m ed s sono dati da:

$$m = \ln \left(\frac{\mu}{\sqrt{\sigma^2 + \mu^2}} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$s = \ln \left(\frac{\sigma^2}{\mu^2} + 1 \right) \quad (\text{A.10})$$

La funzione distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria lognormale è data da:

$$F_{\mathcal{X}}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{\ln x - m}{s\sqrt{2\pi}} \right) \quad (\text{A.11})$$

dove erf è la funzione distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria gaussiana di media nulla e varianza unitaria.

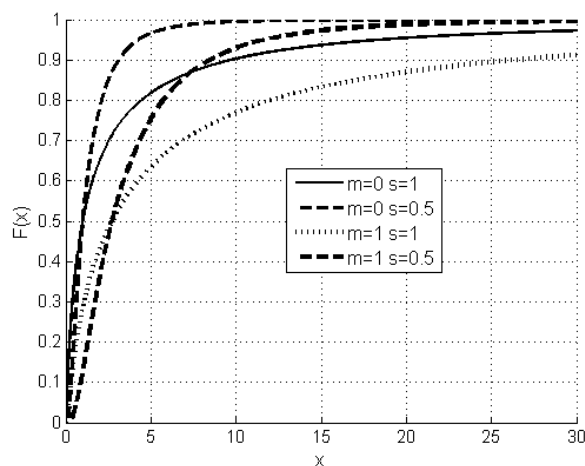


Figura A.4: Distribuzione di una variabile lognormale per diversi valori di m e s .

A.3 Disuguaglianza di Cramer-Rao

Sia $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^r$ un vettore aleatorio generato da una distribuzione parametrizzata in θ : F_{θ} , con $\theta \in \mathbb{R}^p$. Siano valide le seguenti ipotesi:

1. F_θ ammette una densità di probabilità $p(\cdot, \theta)$ derivabile due volte rispetto a θ ;
2. Per ogni statistica ϕ di θ tale per cui $\mathbb{E}_\theta[\phi] < \infty$:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} \int_{\mathbb{R}^r} \phi(x) p(x, \theta) dx = \int_{\mathbb{R}^r} \phi(x) \frac{\partial}{\partial \theta_i} p(x, \theta) dx; \quad i = 1, \dots, p;$$

$$3. \frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \int_{\mathbb{R}^r} p(x, \theta) dx = \int_{\mathbb{R}^r} \frac{\partial^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} p(x, \theta); \quad i = 1, \dots, p$$

Definizione A.3.1 La matrice di informazione di Fisher $I(\theta)$, è data da:

$$\begin{aligned} I(\theta) &\triangleq \mathbb{E}_\theta [\nabla_\theta (\nabla_\theta \ln(p(x, \theta)))] \\ &= \mathbb{E}_\theta \left[\frac{\partial \log p(x, \theta)}{\partial \theta_i} \cdot \frac{\partial \log p(x, \theta)}{\partial \theta_j} \right]_{i,j=1,\dots,p} \\ &= -\mathbb{E}_\theta \left[\frac{\partial^2 \log p(x, \theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right]_{i,j=1,\dots,p} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

E' comodo ora, al fine di chiarire il concetto della matrice $I(\theta)$, introdurre la distanza di Kullback. Siano x_1 e x_2 due campioni, appartenenti a \mathbb{R}^n , estratti da due distribuzioni di probabilità aventi densità f e g :

Definizione A.3.2 Si definisce distanza di Kullback fra la densità f e la densità g il seguente numero:

$$D_{KL}(f, g) = \int_{\mathbb{R}^n} f \frac{\ln f}{\ln g} dx = \mathbb{E}_f \left[\frac{\ln f}{\ln g} \right] \quad (\text{A.13})$$

Si osservi che la distanza di Kullback non definisce una metrica in quanto non possiede proprietà di simmetria e non soddisfa la disuguaglianza triangolare. Se si pone $f = p(\cdot, \theta_1)$ e $g = p(\cdot, \theta_2)$, con $\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta$, è possibile approssimare la distanza di Kullback fra le due densità di probabilità secondo lo sviluppo di Taylor arrestato al secondo ordine, ottenendo:

$$\begin{aligned} D_{KL}(f, g) &= \tilde{D}_{KL}(\theta_1, \theta_2) \\ &= \tilde{D}_{KL}(\theta_1, \theta_1) + \frac{\partial \tilde{D}_{KL}}{\partial \theta} \Big|_{\theta_1} \Delta\theta + \frac{1}{2} \Delta\theta^T \frac{\partial^2 \tilde{D}_{KL}}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\theta_1} \Delta\theta + \mathcal{O}(3) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Ricordando ora le ipotesi poste e, osservando che $\tilde{D}_{KL}(\theta_1, \theta_1) = 0$ e che $\frac{\partial^2 \tilde{D}_{KL}}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\theta_1}$ è l'elemento di posizione i, j nella matrice di Fisher I , si deduce che quanto scritto equivale a:

$$D_{KL}(f, g) = \tilde{D}_{KL}(\theta_1, \theta_2) \simeq \frac{1}{2} \Delta\theta^T I(\theta_1) \Delta\theta \quad (\text{A.15})$$

Si ha dunque che, per $\Delta\theta \rightarrow 0$ la distanza di Kullback fra due densità di probabilità parametrizzate in θ_1 ed in $\theta_1 + \Delta\theta$ è una forma quadratica la cui matrice peso è la matrice d'informazione di Fisher calcolata in θ_1 , in particolare si può dimostrare che questo implica che, il parametro incognito θ_1 è identificabile se e solo se $I(\theta_1) > 0$. Per una trattazione completa dell'argomento si veda [16].

Teorema A.3.1 (Disuguaglianza di Cramèr-Rao) *Sia g una funzione derivabile da Θ in \mathbb{R}^q e sia ϕ uno stimatore corretto di $g(\theta)$, sia inoltre $V(\theta)$ la matrice varianza di θ e sia $G(\theta)$ la matrice jacobiana di g allora, se la matrice di Fisher $I(\theta)$ è invertibile allora la matrice:*

$$H(\theta) = V(\theta) - G(\theta)I^{-1}(\theta)G'(\theta) \tag{A.16}$$

è semidefinita positiva.

Dal teorema A.3.1 discende quindi, ponendo $g(\theta) = \theta$ e quindi $G(\theta)$ la matrice identità, che la matrice varianza di ϕ è maggiore od uguale alla matrice inversa della matrice d'informazione di Fisher $I(\theta)$.

In particolare si può dimostrare, si veda [16], che la varianza scalare di uno stimatore corretto di θ , indipendentemente da come la stima viene svolta, ha varianza maggiore od uguale a $Tr(I^{-1}(\theta))$, dove $Tr(A)$ indica la traccia della matrice A .

Appendice B

Dimostrazioni

B.1 Deduzione dello stimatore di massima verosimiglianza

Prima di dedurre la forma dello stimatore di massima verosimiglianza è bene definire il concetto di stimatore a massima verosimiglianza.

Sia \mathcal{X} un vettore aleatorio a valori in \mathbb{R}^n generato a partire da una distribuzione f_θ parametrizzata in $\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^p$ e sia x un valore osservato di \mathcal{X} . La funzione verosimiglianza dell'osservazione x è la funzione:

$$\begin{aligned} L(x, \cdot) : \Theta &\rightarrow R_+ \\ \theta &\mapsto f_\theta(x) \end{aligned} \tag{B.1}$$

Definizione B.1.1 (Stimatore a massima verosimiglianza) *Lo stimatore a massima verosimiglianza è dunque quella funzione che associa ad ogni osservazione x il parametro $\hat{\theta}$ che massimizza $L(x, \cdot)$:*

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmax}_\theta L(x, \theta) \tag{B.2}$$

La distribuzione di probabilità del campo elettromagnetico, secondo il modello di equazione 2.3, è parametrizzata in funzione della distanza fra trasmettitore e ricevitore ed è data da:

$$f_d(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{p - A - 10n_p \log d}{\sigma}\right)^2\right) \tag{B.3}$$

Data la particolare forma della distribuzione e la monotonicità della funzione logaritmo, è più comodo in questo caso cercare di massimizzare la funzione log-verosimiglianza,

definita come:

$$l(p, d) = \ln L(p, d) = -\ln(\sqrt{2\pi}\sigma) - \frac{1}{2} \left(\frac{p - A - 10n_p \log d}{\sigma} \right)^2 \quad (\text{B.4})$$

Si vede dunque che il valore di d che massimizza $l(p, \cdot)$ è lo stesso che annulla il termine

$$p - A - 10n_p \log d$$

e quindi:

$$d^{MV} = \arg \max_d l(p, d) = 10^{\left(\frac{A-p}{10n_p}\right)} \quad (\text{B.5})$$

B.2 Non correttezza dello stimatore di massima verosimiglianza

Prima di passare alla dimostrazione della non correttezza dello stimatore definito in (3.1) è bene chiarire il concetto di correttezza per uno stimatore.

Sia dunque (y_1, \dots, y_n) un campione di numerosità n estratto da una distribuzione parametrizzata in θ , $\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^p$, e sia ϕ uno stimatore di θ dato (y_1, \dots, y_n) . Si indichi con

$$\mathbb{E}_\theta [(y_1, \dots, y_n)]$$

l'aspettazione della stima ottenuta a partire dal campione generato dalla distribuzione parametrizzata con θ . Ciò che si vorrebbe è che tale valore coincidesse con θ in modo che, la media delle stime puntuali di θ tendesse a convergere a θ stesso. Tale è la proprietà di correttezza di uno stimatore ed è possibile formalizzarla nel modo seguente:

Definizione B.2.1 *Uno stimatore ϕ si definisce uniformemente corretto, o più semplicemente, corretto, se:*

$$\mathbb{E}_\theta [\phi(y_1, \dots, y_n)] = \theta ; \quad \forall \theta \in \Theta \quad (\text{B.6})$$

Sia dunque dato lo stimatore (3.1) la cui funzione è riportata di seguito per comodità:

$$d_{i,j}^{MV}(p) = 10^{\left(\frac{A-p}{10n_p}\right)} \quad (\text{B.7})$$

Si vuole dimostrare che

$$\mathbb{E}_d [d_{i,j}^{MV}] = \mathbb{E}_d \left[10^{\left(\frac{A-p}{10n_p}\right)} \right] \neq d \quad (\text{B.8})$$

Il calcolo diretto dell'aspettazione dell'equazione (B.7) non è agevole o immediato. Si può però osservare che tale stimatore, visto come funzione della variabile aleatoria p , è una variabile aleatoria lognormale la cui media può essere calcolata secondo la formula (A.7).

Si dimostrerà quindi dapprima che l'equazione (B.7) definisce una variabile lognormale e poi, si utilizzeranno le proprietà di tale distribuzione per il calcolo dell'aspettazione dello stimatore.

Proposizione B.2.1 *Lo stimatore di massima verosimiglianza (B.7) definisce una variabile lognormale.*

Dim.

Si vuole dimostrare che la variabile aleatoria $\mathcal{X} = 10^{\left(\frac{A-p}{10n_p}\right)}$, con $p \in \mathcal{N}(0, \sigma)$ è una variabile aleatoria lognormale. Secondo quanto riportato in A.2 questo è vero se e solo se $\mathcal{Y} = \ln(\mathcal{X})$ è una variabile aleatoria gaussiana. Si ha:

$$\begin{aligned} \mathcal{Y} &= \ln 10^{\left(\frac{A-p}{10n_p}\right)} = \frac{A-p}{10n_p} \ln 10 \\ &= \frac{A \ln 10}{10n_p} - \frac{p}{10n_p} \ln 10 = \frac{A \ln 10}{10n_p} - \frac{A - 10n_p \log d + \mathcal{X}_\sigma}{10n_p} \ln 10 \\ &= \log d \ln 10 + \frac{\ln 10 \mathcal{X}_\sigma}{10n_p} \\ &= \ln d + \frac{\ln 10 \mathcal{X}_\sigma}{10n_p} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Si osserva quindi che, essendo \mathcal{Y} funzione affine di una variabile gaussiana di media zero e varianza σ^2 , è essa stessa gaussiana, con media $\mu_y = \ln d$ e varianza $\sigma_y = \left(\frac{\sigma \ln 10}{10n_p}\right)^2$. La variabile aleatoria \mathcal{X} è dunque lognormale. ■

E' sufficiente ora ricordare le proprietà della distribuzione lognormale per osservare che l'aspettazione di \mathcal{X} è data da:

$$m = \mathbb{E}[\mathcal{X}] = e^{\frac{2\mu_y + \sigma_y^2}{2}} = de^{\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma \ln 10}{10n_p}\right)^2}; \quad \sigma = \left(\frac{\sigma \ln(10)}{10n_p}\right)^2 \quad (\text{B.10})$$

e che quindi lo stimatore a massima verosimiglianza non è uno stimatore corretto.

B.3 Minima varianza di uno stimatore corretto della distanza

Si osservi il modello di campo descritto dall'equazione 2.4 e qui brevemente riportato:

$$P(d) = A - 10n_p \log(d) + \mathcal{X}_\sigma \quad (\text{B.11})$$

Dato che $P(d)$ è una funzione lineare affine di variabile aleatoria, la variabile aleatoria $P(d)$ è gaussiana di media $A - 10n_p \log(d)$ e varianza σ^2 e quindi la densità di probabilità di $P(d)$, $f_{P(d)}$, è data da:

$$f_{P(d)}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \frac{-1}{2} \left(\frac{p - A + 10n_p \log(d)}{\sigma} \right)^2 \quad (\text{B.12})$$

La funzione $\ln(f_{P(d)}(p))$ è quindi data da:

$$\ln(f_{P(d)}(x)) = c - \frac{1}{2} \left(\frac{p - A + 10n_p \log(d)}{\sigma} \right)^2 \quad (\text{B.13})$$

La derivata seconda della densità di probabilità $\ln(f_{P(d)}(p))$ rispetto al parametro d è data da:

$$\frac{\partial^2 \ln(f_{P(d)}(x))}{\partial d^2} = \frac{1}{d^2} \left(\frac{10n_p}{\ln(10)\sigma} \right)^2 (\ln(d) - 1) + \frac{1}{d^2} \frac{10n_p}{\ln(10)} \frac{1}{\sigma^2} (p - A) \quad (\text{B.14})$$

La matrice di Fisher del modello, ridotta in questo caso ad uno scalare, è data da:

$$I(d) = -\mathbb{E}_d \left[\frac{\partial^2 \ln(f_{P(d)}(x))}{\partial d^2} \right] = \frac{1}{d^2} \left(\frac{10n_p}{\ln(10)\sigma} \right)^2 \quad (\text{B.15})$$

La minima varianza di uno stimatore corretto della distanza d è dunque data da:

$$\text{var}_{\min}(d) = \frac{1}{I(d)} = d^2 \left(\frac{\ln(10)\sigma}{10n_p} \right)^2 = d^2 \gamma \quad (\text{B.16})$$

B.4 Varianza del rumore di misura per la stima della posizione di un nodo

Si vuole determinare in questa sezione quale sia la matrice varianza della variabile aleatoria \mathbf{w} definita in (3.20). Si cerca ora di determinare quale sia la varianza R di \mathbf{w} .

$$R = \frac{1}{4} \mathbb{E} [\tilde{\mathbf{w}} \tilde{\mathbf{w}}^T] ; \quad \tilde{\mathbf{w}} = \mathbf{w} - \mathbb{E} [\mathbf{w}] \quad (\text{B.17})$$

Il prodotto fra $\mathbb{E} [\tilde{w}_i]$ e $\mathbb{E} [\tilde{w}_j]$, a meno del fattore $\frac{1}{4}$, è dato da:

$$\tilde{w}_i \tilde{w}_j = (d_i^2 - d_1^2 - (d_i^2 - d_1^2) - (d_i^2 - d_1^2)(e^\gamma - 1))((d_j^2 - d_1^2 - (d_j^2 - d_1^2) - (d_j^2 - d_1^2)(e^\gamma - 1))) \quad (\text{B.18})$$

dove γ è data da:

$$\gamma = \left(\frac{\sigma \ln(10)}{10n_p} \right)^2$$

Si ottiene quindi:

$$\tilde{w}_i \tilde{w}_j = (d_i^2 - d_1^2 - (d_i^2 - d_1^2)e^\gamma)((d_j^2 - d_1^2 - (d_j^2 - d_1^2)e^\gamma)) \quad (\text{B.19})$$

Per eseguire il correttamente il calcolo dell'aspettazione di $\tilde{w}_i \tilde{w}_j$ si deve ricordare che la variabile aleatoria d_i è indipendente dalla variabile d_j per ogni $i \neq j$ e quindi, d_i^2 è indipendente da d_j^2 . E' necessario inoltre osservare che, il momento di ordine quattro di d_i , secondo quanto riportato nella sezione A.2, è dato da:

$$\mathbb{E} [d_i^4] = d_i^4 \quad (\text{B.20})$$

Si conclude quindi che, l'elemento in posizione $i j$ di R , è dato da:

$$r_{i-1,j-1} = \frac{1}{4} \begin{cases} d_1^4 e^{2\gamma} (e^{4\gamma} - 1), & i \neq j \\ d_1^4 e^{2\gamma} (e^{4\gamma} - 1) + d_i^4 e^{2\gamma} (e^{4\gamma} - 1), & i = j \end{cases} \quad (\text{B.21})$$

Bibliografia

- [1] A. Sinha, A. Chandrakasan. Dynamic Power Management in Wireless Sensor Networks. *IEEE Design & Test of Computers*, 2001.
- [2] A. Smith, H. Balakrishnan, M. Goraczko, N. Priyantha. Tracking Moving Devices with the Cricket Location System. Technical report, MIT Computer Science and Artificial Intelligence Laboratory, The Stata Center, 32 Vassar Street, Cambridge, MA 02139, 2004.
- [3] A. T. Ihler, J. W. Fisher III, R. L. Moses, A. S. Willsky. Nonparametric Belief Propagation for Self-Localization of Sensor Networks. *IEEE Journal Selected Areas in Communications*, 23(4):809–819, April 2005.
- [4] ATMEL. *ATmega64 Data Sheet*. ATMEL Corporation.
- [5] Chipcon Products. *CC1000 Data Sheet*. Texas Instruments.
- [6] Chipcon Products. *CC2420 Data Sheet*. Texas Instruments.
- [7] D. Culler, D. Estrin, M. Srivastava. Overview of Sensors Networks. *IEEE Computer Society*, August 2004.
- [8] D. Dardari, A. Conti. MIE Test-bed: design and implementation status of localization components and applications. Technical Report January, IEIIT-BO/CNR, 2005.
- [9] D. Estrin, D. Culler, K. Pister, G. Sukhatme. Connecting the Physical World with Pervasive Networks. *IEEE*, 2002.
- [10] D. Lymberopoulos, Q. Lindsey, A. Savvides. An Empirical Characterization of Radio Strength Variability in 3-D IEEE 802.15.4 Networks Using Monopole An-

- tennas. Technical report, Embedded Networks and Applications Lab, ENALAB, 2005.
- [11] D. Madigan, E. Elnahrawy, R. P. Martin, W. Ju, P. Krishnan, A.S. Krishnakumar. Bayesian Indoor Positioning Systems. *INFOCOM 2005. 24th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Proceedings IEEE*, 2:1217–1227, March 2005.
- [12] D. Marinakis, G. Dudek. Probabilistic Self-Localization for Sensor Networks. Technical report, Centre for Intelligent Machines, McGill University, 2005.
- [13] Ember Products. *EM420 Data Sheet*. Ember Corporation.
- [14] G. Picci. *Filtraggio statistico (Wiener, Levinson, Kalman) e applicazioni*. Progetto, 2004.
- [15] G. Xing, C. Lu, Y. Zhang, Q. Huang, R. Pless. Minimum Power Configuration in Wireless Sensor Networks. Technical report, Department of Computer Science & Engineering, Washington University, December 2004.
- [16] H. L. V. Trees. *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I*. John Wiley & Sons, 1968.
- [17] Texas Instruments. *MSP430 User's Guide*. Texas Instruments, 2006.
- [18] J. B. Andersen, T. S. Rappaport, S. Yoshida. Propagation Measurements and Models for Wireless Communications Channels. *IEEE Communications Magazine*, pages 42–49, January 1995.
- [19] J. Liu, J. Liu, J. Reich, P. Cheung, F. Zhao. Distributed Group Management for Track Initiation and Maintenance in Target Location Applications. Technical report, Palo Alto Research Center, 3333 Coyote Hill Road, Palo Alto, CA94304, USA, 2003.
- [20] K. Lorincz, D. J. Malan, T. R.F. Fulford-Jones, A. Nawoj, A. Clavel, V. Shnayder, G. Mainland, M. Welsh, S. Moulton. Sensor Networks for Emergency Response: Challenges and Opportunities. *IEEE*, 2004.
- [21] K. Lorincz, M. Welsh. *MoteTrack: A Robust, Decentralized Approach to RF-Based Location Tracking*. Division of Engineering and Applied Sciences, Harvard University.

-
- [22] K. Lorincz, M. Welsh. A Robust, Decentralized Approach to RF Based Location Tracking. Technical report, Harvard University, 2004.
- [23] L. E. Foong, C. W. L. Xiao. A study of Radio Signal Behaviors in Complex Environments. 2006.
- [24] LAN/MAN Standards Committee. IEEE Standards 802.15.4. Technical report, IEEE Computer Society, October 2003.
- [25] M. Maroti, B. Kusy, G. Balogh, P. Volgyesi, A. Nadas, K. Molnar, S. Dora, A. Ledecz. Radio Interferometric Positioning. Technical report, Institute for Software Integrated Systems Vanderbilt University, November 2005.
- [26] Moteiv. *Tmote Sky Datasheet*. Moteiv Corporation, 2006.
- [27] N. B. Priyantha, A. Chakraborty, H. Balakrishnan. The Cricket Location-Support System. *6th ACM International Conference on Mobile Computing and Networking (ACM MOBICOM)*, August 2000.
- [28] N. Patwari. *Location Estimation in Sensor Networks*. PhD thesis, University of Michigan, 2005.
- [29] P. Bahl, V. N. Padamanabhan. RADAR: An In-Building RF-based User Location and Tracking System. *INFOCOM*, pages 775–784, 2000.
- [30] P. Bahl, V. N. Padamanabhan, A. Balachandran. Enhancements to the RADAR User Location and Tracking System. Technical report, Microsoft Corporation, One Microsoft Way, Redmond, WA 98052, February 2000.
- [31] P. Castro, P. Chiu, T. Kremenek, R. Muntz. A Probabilistic Room Location Service for Wireless Networked Environments. Technical report, UCLA, Department of Computer Science, FX Palo Alto Laboratory, 3333 Coyote Hill Road, Palo Alto, CA94304, USA, 2001.
- [32] P. Krishnan, A. S. Krishnakumar, W. Ju, C. Mallows, S. Ganu. A System for LEASE. *IEEE INFOCOM*, 2004.
- [33] R. Ramanathan, R. Resales-Hain. Topology Control of Multihop Wireless Networks using Transmit Power Adjustment. *IEEE INFOCOM*, 2000.

-
- [34] R. Want, A. Hopper, V. Falcão, J. Gibbons. The Active Badge Location System. Technical report, Olivetti Research Ltd. (ORL), 2000.
- [35] S. Ray, D. Starobinski, A. Trachtenberg, R. Ungrangsi. Robust Location Detection with Sensor Networks. Technical report, Electrical and Computer Engineering Department at Boston University, 2004.
- [36] T. Roos, P. Myllymaki, H. Tirri. A Statistical Modeling Approach to Location Estimation. *IEEE TRANSACTIONS ON MOBILE COMPUTING*, 1(1), 2002.
- [37] T. Roos, P. Myllymaki, H. Tirri, P. Misikangas, J. Sievanen. A Probabilistic Approach to WLAN User Location Estimation. *International Journal of Wireless Information Networks*, 9(3):155–164, July 2002.
- [38] The Indoor Radio Propagation Channel. H. Hashemi. *Proceedings of IEEE*, 81(7):943–968, 1993.
- [39] V. Shnayder, B. Chen, K. Lorincz, T. R. F. Fulford-Jones, M. Welsh. Sensor Networks for Medical Care. Technical report, Division of Engineering and Applied Sciences, Harvard University, 2005.